

Acuerdo No 1998 del 22 de agosto del 2011 del Instituto de Educación del estado de Aguascalientes

**El pensamiento computacional, como soporte del pensamiento  
matemático, en la Institución  
Educativa Santo Domingo Savio de Chinchiná (Caldas– Colombia)**

TESIS PARA: **Doctorado en Ciencias de la Educación**

PRESENTA(N): **Julio Alexander Argoti Álvarez**

DIRECTOR(A) DE TESIS: **Dr. Marco Antonio Cruz de la Rosa**

**Caldas, Colombia, diciembre de 2021**

ASUNTO: Carta de liberación de tesis.

Aguascalientes, Ags., 17 de junio de 2022.

LIC. ROGELIO MARTÍNEZ BRIONES  
UNIVERSIDAD CUAUHTÉMOC PLANTEL AGUASCALIENTES  
RECTOR GENERAL

P R E S E N T E

Por medio de la presente, me permito informar a Usted que he asesorado y revisado el trabajo de tesis titulado:

**“El pensamiento computacional, como soporte del pensamiento matemático, en la Institución Educativa Santo Domingo Savio de Chinchiná (Caldas– Colombia)”**

Elaborado por **Mtro. Julio Alexander Argoti Álvarez**, considerando que cubre los requisitos para poder ser presentado como trabajo recepcional para obtener el grado de **Doctorado en Ciencias de Educación**.

Agradeciendo de antemano la atención que se sirva a dar la presente, quedo a sus apreciables órdenes.

ATENTAMENTE



**Dr. Marco Antonio Cruz de la Rosa**  
Director de tesis

A Quien Corresponda  
Presente

Asunto: Responsiva de integridad académica

Yo, **JULIO ALEXANDER ARGOTI ALVAREZ**, con matrícula No. **adco18284**, egresado del programa **Doctorado en Ciencias de la Educación**, de la Universidad Cuahtémoc, plantel Aguascalientes, identificado con CC, N°**98.378.439**, pretendo titularme con el trabajo de tesis titulado: **“El pensamiento computacional, como soporte del pensamiento matemático, en la Institución Educativa Santo Domingo Savio de Chinchiná (Caldas– Colombia)”**

**Por la presente Declaro que:**

- 1.- Este trabajo de tesis, es de mi autoría.
- 2.- He respetado el Manual de Publicación APA para las citas, referencias de las fuentes consultadas. Por tanto, sus contenidos no han sido plagiados, ni ha sido publicado total ni parcialmente en fuente alguna. Además, las referencias utilizadas para el análisis de la información de este Trabajo de titulación están disponibles para su revisión en caso de que se requiera.
- 3.- El Trabajo de tesis, no ha sido auto-plagiado, es decir, no ha sido publicado ni presentado anteriormente para obtener algún grado académico previo o título profesional y se han contemplado las correcciones del Comité Tutorial.
- 4.- Los datos presentados en los resultados son reales, no han sido falseados, ni duplicados, ni copiados y por tanto los resultados que se presentan en el trabajo de tesis, constituirán aporte a la realidad investigada.
- 5.- De identificarse fraude, datos falsos, plagio información sin citar autores, autoplagio, piratería o falsificación, asumo las consecuencias y sanciones que de mi acción se deriven, sometiéndome a la normatividad vigente de la Universidad Cuahtémoc, plantel Aguascalientes, Instituto de Educación de Aguascalientes, la Secretaria de Educación Pública, Ministerio de Educación Nacional y/o las autoridades legales correspondientes.
6. Autorizo publicar mi tesis en el repositorio de Educación a Distancia de la Universidad Cuahtémoc, plantel Aguascalientes.

*J. Alex Argoti A.*

*Julio Alexander Argoti Álvarez*

*correo electrónico: alexander.argoti@gmail.com*

*número móvil: 3208878535*

## TABLA DE CONTENIDO

<b>RESUMEN</b> .....	<b>8</b>
<b>ABSTRACT</b> .....	<b>9</b>
<b>AGRADECIMIENTO</b> .....	<b>10</b>
<b>DEDICATORIA</b> .....	<b>11</b>
<b>INTRODUCCIÓN</b> .....	<b>12</b>

### **1. PENSAMIENTO MATEMÁTICO APOYADO POR EL PENSAMIENTO**

<b>COMPUTACIONAL</b> .....	<b>17</b>
<b>1.1. Mejorar las Habilidades en Pensamiento Matemático</b> .....	<b>17</b>
1.1.1. Los Adolescentes y La Institución Educativa Santo Domingo Savio de Chinchiná.....	17
1.1.2. El Reto de Mejorar los Resultados en Matemáticas.....	19
1.1.3. Desarrollo del Pensamiento Matemático y el Pensamiento Computacional en Colombia.....	22
1.1.4. Resultados de habilidades matemáticas de Colombia ante pruebas PISA.....	26
1.1.5. Desarrollo del Pensamiento Matemático y el Pensamiento Computacional en el Mundo.....	27
<b>1.2.La Programación de Computadores y las Matemáticas</b> .....	<b>27</b>
<b>1.3.Hacia Personas con Habilidades en la Resolución de Problemas</b> .....	<b>30</b>
1.3.1. Investigando en Tiempos de Covid 19.....	32
1.3.2. Importancia de Mejorar las Habilidades Matemáticas.....	33
1.3.3. ¿Cómo Investigar en Momentos de Covid 19?.....	34
1.3.4. Club de Programación de Computadores con Scratch.....	34
1.3.5. Medición del Pensamiento Matemático y Experimentación con Pensamiento Computacional.....	35
<b>1.4.Del Pensamiento Computacional hacia las Habilidades del Pensamiento Matemático</b> .....	<b>35</b>

### **2.PENSAMIENTO COMPUTACIONAL DE WING & PENSAMIENTO MATEMÁTICO**

<b>DE PIAGET</b> .....	<b>37</b>
<b>2.1.Pensamiento Matemático</b> .....	<b>37</b>
2.1.1. Pensamiento Numérico.....	44
2.1.2. Pensamiento Espacial o Geométrico.....	44
2.1.3. Pensamiento Variacional.....	45
2.1.4. Pensamiento Métrico.....	47
2.1.5. Pensamiento Probabilístico.....	48
2.1.6. Importancia del Lenguaje en el Desarrollo del Pensamiento Matemático.....	48
<b>2.2.¿Cómo Medir el Pensamiento Matemático?</b> .....	<b>50</b>
<b>2.3.Pensamiento Computacional</b> .....	<b>54</b>

<b>2.4. Investigaciones Relacionadas con Pensamiento Computacional y Pensamiento Matemático .....</b>	<b>59</b>
2.4.1. Resolución de Problemas, Pensamiento Crítico y Algoritmos .....	60
2.4.2. Trabajo Colaborativo, Cooperativo y Comunicación.....	63
2.4.3. El Juego, La Motivación y Las Plataformas de Programación .....	66
2.4.4. La Creatividad.....	69
2.4.5. Importancia del Pensamiento Matemático como Apoyo al Pensamiento Computacional.....	73
<b>3. ESTRATEGIA DEL TRABAJO INVESTIGATIVO .....</b>	<b>79</b>
<b>3.1. Relación entre Pensamiento Computacional y Pensamiento Matemático.....</b>	<b>80</b>
<b>3.2. Causa &amp; Efecto.....</b>	<b>81</b>
<b>3.3. El Pensamiento Computacional Sí Mejora al Pensamiento Matemático .....</b>	<b>82</b>
<b>3.4. Los Adolescentes de grado Octavo de la Institución Educativa Santo Domingo Savio de Chinchiná .....</b>	<b>83</b>
3.4.1. Población de estudio.....	83
3.4.2. Actores del estudio - Muestra.....	84
3.4.3. Razones de los Actores de la Muestra de Estudio.....	84
<b>3.5. Escenario.....</b>	<b>85</b>
<b>3.6. Instrumentos de Información .....</b>	<b>86</b>
3.6.1. Instrumentos para la Variable Independiente .....	86
3.6.2. Instrumentos para la Variable Dependiente.....	87
3.6.3. Validez de los Instrumentos .....	88
3.6.4. Confiabilidad.....	90
<b>3.7. El Desarrollo Investigativo.....</b>	<b>91</b>
<b>3.8. Programa de Intervención: Antes y Después.....</b>	<b>91</b>
<b>3.9. Análisis Empleado.....</b>	<b>92</b>
<b>3.10. Gestión de la Información (Datos) .....</b>	<b>93</b>
<b>3.11. Consideraciones éticas.....</b>	<b>94</b>
<b>4. RESULTADOS DE LA INVESTIGACIÓN.....</b>	<b>96</b>
<b>4.1. Presentación de datos sociodemográficos de los participantes.....</b>	<b>96</b>
<b>4.2. Registros Descriptivos desde los Resultados de Investigación.....</b>	<b>98</b>
<b>4.3. Estadística Inferencial y Comprobación de Hipótesis .....</b>	<b>99</b>
4.3.1. Pruebas de normalidad.....	101
4.3.2. Prueba de Hipótesis de Diferencia Pareada para $(\mu_{\text{post-test}} - \mu_{\text{pre-test}}) = \mu_{\text{diferencias}}$ : Muestras dependientes.....	104
4.3.3. Esquemas de Significancia de Valores Teóricos para Prueba de Hipótesis.....	109
4.3.4. Pruebas de Hipótesis para grupos experimentales .....	110
4.3.5. Resultados con Z normalizada para grupos experimentales y de control .....	113

<b>4.4.Resultados de los Rendimientos en el Proceso de Investigación .....</b>	<b>119</b>
<b>5.DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES .....</b>	<b>128</b>
<b>5.1.Discusión .....</b>	<b>129</b>
<b>5.2.Conclusiones.....</b>	<b>139</b>
<b>REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....</b>	<b>145</b>
<b>ANEXOS.....</b>	<b>156</b>
<b>APÉNDICES.....</b>	<b>175</b>

Lista de Tablas

<i>Tabla 1. Registros de egresados de Colegios, tendencia de ingreso a ingeniería en Colombia.....</i>	<i>21</i>
<i>Tabla 2. Relación de mujeres y hombres egresados de ingeniería en Colombia.....</i>	<i>21</i>
<i>Tabla 3. Normograma de Colombia .....</i>	<i>24</i>
<i>Tabla 4. Etapas de la Teoría del Desarrollo Cognoscitivo de Piaget.....</i>	<i>42</i>
<i>Tabla 5.Contenidos , Procesos y Contextos del MEN para Desarrollo de Pensamiento Matemático .....</i>	<i>52</i>
<i>Tabla 6. Estudios Empíricos relacionados con Resolución de Problemas, Pensamiento Crítico y Algoritmos .....</i>	<i>60</i>
<i>Tabla 7. Estudios Empíricos relacionados con Trabajo Colaborativo, Cooperativo y Comunicación.....</i>	<i>64</i>
<i>Tabla 8. Estudios Empíricos relacionados con El Juego, La Motivación y Las Plataformas de Programación.....</i>	<i>66</i>
<i>Tabla 9. Estudios Empíricos relacionados con La Creatividad .....</i>	<i>69</i>
<i>Tabla 10. Estudios Empíricos relacionados Importancia del Pensamiento Matemático como Apoyo al Pensamiento Computacional .....</i>	<i>73</i>
<i>Tabla 11. Clasificación General de la Escala de Inteligencia Binet-Simón y Wechsler.....</i>	<i>89</i>
<i>Tabla 12. Descriptivos de Pensamiento Matemático en Grupos Experimentales.....</i>	<i>98</i>
<i>Tabla 13. Descriptivos de Pensamiento Matemático en Grupos Experimentales y de Control años 2020 y 2021 .....</i>	<i>99</i>
<i>Tabla 14. Modelos estadísticos para prueba de Hipótesis.....</i>	<i>108</i>
<i>Tabla 15. Intervalos de confianza para las muestras del estudio .....</i>	<i>109</i>

<i>Tabla 16. Valores para cálculos de t de Student .....</i>	<i>110</i>
<i>Tabla 17. Resumen de los datos obtenidos de t de student para cada año .....</i>	<i>112</i>
<i>Tabla 18. Registros estadísticos para prueba de hipótesis.....</i>	<i>114</i>
<i>Tabla 19. Análisis crítico situacional del desarrollo investigativo.....</i>	<i>136</i>

## Lista de Figuras

<i>Figura 1. Ubicación Geográfica y datos de la población de Chinchiná (Caldas-Colombia).....</i>	<i>18</i>
<i>Figura 2. Resultados pruebas Saber 11 del año 2019 en Pensamiento Matemático (MEDIA) .....</i>	<i>20</i>
<i>Figura 3. Pensamiento Matemático y Pensamiento Computacional .....</i>	<i>76</i>
<i>Figura 4. Esquema del Desarrollo de la Investigación.....</i>	<i>80</i>
<i>Figura 5. Relación de variables de estudio .....</i>	<i>82</i>
<i>Figura 6. Escala de Inteligencia Binet-Simón y Wechsler .....</i>	<i>90</i>
<i>Figura 7. Estrato socio-económico 2020-2021 .....</i>	<i>96</i>
<i>Figura 8. Género de los estudiantes 2020-2021 .....</i>	<i>97</i>
<i>Figura 9. Edad de los estudiantes 2020-2021 .....</i>	<i>98</i>
<i>Figura 10. Prueba de normalidad de diferencias pareadas del año 2020 .....</i>	<i>101</i>
<i>Figura 11. Gráfica de Normalidad de las Diferencias de Pre-Test y Post-Test año 2020.....</i>	<i>102</i>
<i>Figura 12. Prueba de normalidad de diferencias pareadas del año 2021 .....</i>	<i>103</i>
<i>Figura 13. Gráfica de Normalidad de las Diferencias de Pre-Test y Post-Test año 2021 .....</i>	<i>103</i>
<i>Figura 14. Prueba t de student para muestras pareadas del grupo experimental del año 2020 .....</i>	<i>104</i>
<i>Figura 15. Prueba t de student para muestras pareadas del grupo experimental del año 2021 .....</i>	<i>105</i>
<i>Figura 16. Prueba t de student para muestras pareadas del grupo.....</i>	<i>106</i>
<i>Figura 17. Gráfica de Normalidad de las Diferencias de Pre-Test y Post-Test años 2020 y 2021 .....</i>	<i>106</i>
<i>Figura 18. Prueba de Hipótesis para la muestra de control años 2020 y 2021 .....</i>	<i>107</i>
<i>Figura 19. Gráfica de registro de datos de Pre-Test y Post-Test Grupo de Control 2020 y 2021.....</i>	<i>107</i>

<i>Figura 20. significancia con t de Student.....</i>	<i>109</i>
<i>Figura 21.significancia con Z Normalizada.....</i>	<i>109</i>
<i>Figura 22. Distribución t de Student con 29 grados de libertad y <math>\alpha = 0,01</math>.....</i>	<i>113</i>
<i>Figura 23. Distribución normal estándar con <math>\alpha =0.01</math> de significancia, para grupos experimentales .....</i>	<i>116</i>
<i>Figura 24. Distribución normal estándar con <math>\alpha =0.01</math> de significancia, para grupos de control.....</i>	<i>118</i>
<i>Figura 25. Pensamiento matemático, grupo experimental – 2020 .....</i>	<i>120</i>
<i>Figura 26.Pensamiento matemático, grupo de control – 2020.....</i>	<i>120</i>
<i>Figura 27. Pensamiento matemático, grupo experimental – 2021 .....</i>	<i>120</i>
<i>Figura 28. Pensamiento matemático, grupo de control – 2021.....</i>	<i>120</i>
<i>Figura 29. Resultados de Pre-test y Post-test por edades 2020 - 2021.....</i>	<i>121</i>
<i>Figura 30. Resultados de Pensamiento Matemático 2020 – 2021 por Género.....</i>	<i>122</i>
<i>Figura 31. Resultado de Pensamiento Matemático por estratos socioeconómicos .....</i>	<i>123</i>
<i>Figura 32.Resultados en Pensamiento Numérico.....</i>	<i>124</i>
<i>Figura 33. Resultados en Pensamiento Geométrico o Espacial .....</i>	<i>124</i>
<i>Figura 34. Resultados de Pensamiento Métrico.....</i>	<i>125</i>
<i>Figura 35. Resultados de Pensamiento Variacional.....</i>	<i>125</i>
<i>Figura 36. Resultados de Pensamiento Probabilístico .....</i>	<i>126</i>
<i>Figura 37. Resultados de Pensamiento Matemático 2020 - 2021.....</i>	<i>127</i>
<i>Figura 38. Resultados de la intervención, comparado con el intervalo del 95,4% de medias internacionales, de dos desviaciones estándar. ....</i>	<i>141</i>
<i>Figura 39. Relación entre Pensamiento Matemático y Pensamiento Computacional,.....</i>	<i>143</i>
<i>Figura 40. Media del Pensamiento Matemático en pruebas PISA, [2009,2019].....</i>	<i>144</i>

## Lista de Ecuaciones

<i>Ecuación 1. estadístico para t de student .....</i>	<i>108</i>
<i>Ecuación 2. estadístico para Z normalizada .....</i>	<i>108</i>
<i>Ecuación 3. desviación estándar de diferencias.....</i>	<i>108</i>
<i>Ecuación 4. intervalos para t de student.....</i>	<i>109</i>



<i>Ecuación 5. intervalos para Z Normalizada.....</i>	<i>109</i>
---	------------

## Lista de Anexos

<i>Anexo A. Consentimiento Informado de Participación en Proyecto de Investigación .....</i>	<i>157</i>
<i>Anexo B. Programa de Intervención – Club de programación de lenguaje Scratch (2020-2021).....</i>	<i>160</i>
<i>Anexo C. Productos Desarrollados con Scratch por los estudiantes .....</i>	<i>164</i>
<i>Anexo D. Pre-test de Pensamiento Matemático.....</i>	<i>165</i>
<i>Anexo E. Post-test de Pensamiento Matemático.....</i>	<i>170</i>

## Lista de Apéndices

<i>Apéndice 1. Registros de Pre-test, año 2020.....</i>	<i>177</i>
<i>Apéndice 2.Registros de Pre-test , año 2021 .....</i>	<i>180</i>
<i>Apéndice 3.Registros de Post-test , año 2020.....</i>	<i>183</i>
<i>Apéndice 4.Registros de Post-test, año 2021.....</i>	<i>185</i>
<i>Apéndice 5. Registros de Grupo Experimental, año 2020.....</i>	<i>188</i>
<i>Apéndice 6. Registros de Grupo Experimental, año 2021.....</i>	<i>189</i>
<i>Apéndice 7. Registros Prueba de Hipótesis t de student 2020.....</i>	<i>190</i>
<i>Apéndice 8.Registros de Prueba de Hipótesis t de Student para 2021.....</i>	<i>191</i>
<i>Apéndice 9. Registros Prueba de Hipótesis para Distribución Normal - Grupos Experimentales.....</i>	<i>192</i>
<i>Apéndice 10. Registros para prueba de Hipótesis con Distribución Normal del grupo de control .....</i>	<i>194</i>

## Resumen

La presente investigación evaluó la mejora del pensamiento matemático, desde una intervención de habilidades computacionales en estudiantes adolescentes de grado octavo de la Institución Educativa Santo Domingo Savio de Chinchiná (Caldas-Colombia), de estrato socio-económico 1, 2 y 3, con edades comprendidas entre los 12 y 17 años. El trabajo se elaboró en los años 2020 y 2021, se fundamentó conceptualmente en pensamiento computacional propuesto por Wing (2014), para el proceso se consideró como la variable de estudio independiente y se referenció la teoría de Piaget (1952) sobre el pensamiento matemático, la cual en el estudio es la variable dependiente. La investigación desarrollada es de tipo cuasiexperimental, con un muestreo de tipo No probabilístico intencionado, se trabajó con grupos experimentales, uno por cada año, a quienes se les aplicó durante cuatro meses el “*programa de intervención*”, los grupos de control, uno por cada año también, solo participaron junto con los grupos experimentales, en las pruebas pretest y post-test, mediante los test internacionales denominados test de “*inteligencia matemática de Binet-Simón y Wechsler*”. Finalmente, mediante pruebas de hipótesis, usando las distribuciones normal y t de student, se concluye que el pensamiento computacional (variable independiente), afecta de manera estadísticamente significativa en la mejora del pensamiento matemático (variable dependiente).

Palabras Clave: Pensamiento Matemático, Pensamiento Computacional, Test de Pensamiento Matemático, Habilidades Matemáticas, Lenguaje de Programación Scratch, Scratch, Desarrollo del Pensamiento Matemático, Coeficiente Intelectual (CI)

## **Abstract**

The present research evaluated the improvement of mathematical thinking, from an intervention of computational skills in eighth grade adolescent students of the Santo Domingo Savio Educational Institution of Chinchiná (Caldas-Colombia), of socio-economic stratum 1, 2 and 3, aged between 12 and 17 years old. The work was elaborated in the years 2020 and 2021, it was conceptually based on computational thinking proposed by Wing (2014), for the process it was considered as the independent study variable and Piaget's theory (1952) on mathematical thinking was referenced, which in the study is the dependent variable. The research developed is of a quasi-experimental type, with an intentional non-probabilistic sampling, working with experimental groups, one for each year, to whom the "intervention program" was applied for four months, the control groups, also one for each year, only participated together with the experimental groups, in the pretest and post-test, by means of the international tests called "Binet-Simon and Wechsler mathematical intelligence test". Finally, by means of hypothesis tests, using the normal and Student's t-distributions, it is concluded that computational thinking (independent variable), affects in a statistically significant way in the improvement of mathematical thinking (dependent variable).

**Keywords:** Mathematical Thinking, Computational Thinking, Mathematical Thinking Test, Mathematical Skills, Scratch Programming Language, Scratch, Mathematical Thinking Development, Mathematical (IQ).

## **Agradecimiento**

A mis estudiantes de grado octavo de la Institución Educativa Santo Domingo Savio de Chinchiná (Caldas-Colombia) de los años 2020 y 2021, quienes posibilitaron experimentar procesos pedagógicos con ellos, permitiendo desarrollar la presente investigación y enseñándome detalles desde la comunicación emocional, que sin lugar a dudas me ponen a reflexionar y generan cambios en mi quehacer como maestro.

A mi director de investigación, el Dr. Marco Antonio Cruz de la Rosa, quien, desde su humildad y conocimiento, oriento las ideas del presente trabajo, su dialogo e interés permanente, en el desarrollo del trabajo investigativo, posibilitaron llegar a acuerdos, desde su forma bondadosa de ser humano sensible, quien brindo luces para lograr los resultados que hoy estamos presentando en esta investigación.

A mi Universidad Cuauhtémoc quien facilito los maestros y profesionales más idóneos en mi formación de estudio del Doctorado en Ciencias de la Educación y que siempre ha demostrado seriedad y adecuado acompañamiento en todo el desarrollo del proceso académico y administrativo.

Diciembre de 2021,

Julio Alexander Argoti Álvarez.

## **Dedicatoria**

El esfuerzo y la dedicación en mis estudios doctorales los dedico a: Dios, quien me ha dado todo lo que soy y todo lo que tengo, a mi madre Alicia a quien siempre debo admiración por su continua lucha, sacrificio y bendiciones, a mis hijas Mikaela y Juanita, y mi nieta Laila, quienes son razón de mi vida, pero a quienes también expreso que una de las actividades que otorga felicidad es el estudio y lucha permanente, porque además forja el carácter y permite entender el mundo circundante y a quienes las reto de manera continua a estudiar lo que les motive y que seguramente les otorgara felicidad en sus vidas.

A mi amigo y compañero Homero Paredez “quien se marchó al padre en el año 2021 por causa del COVID 19”, con quien, en una tertulia del año 2017, hablando de ideas de investigación, surgió esta propuesta de la investigación que aquí presento, estoy seguro que el estaría muy contento de ver los resultados de este trabajo de investigación.

Diciembre de 2021,

Julio Alexander Argoti Álvarez.

## Introducción

El equipo directivo de la Institución Educativa Santo Domingo Savio de Chinchiná (Caldas-Colombia), proyecta de manera permanente en los maestros, desafíos hacia el mejoramiento en los indicadores de los resultados de pruebas externas tanto internacionales conocidas como Pisa, como las nacionales Saber Icfes y se resalta que uno de los principales componentes que se evalúa es el pensamiento matemático, expresados en los resultados que a nivel nacional como internacional, la institución evidencia puntajes por debajo de la media según ICFES (2019) y OCDE (2020), además la institución también tiene interés de alternativas en procesos de aprendizaje en miras a mejorar los índices de *mortalidad académica*<sup>1</sup> en el desempeño de matemáticas; por estas razones la búsqueda de didácticas o alternativas pedagógicas que permitan mejorar los indicadores de resultados institucionales en pensamiento matemático, se han convertido en un reto institucional.

Una de las tareas en el aprendizaje, como lo propone Piaget (1991) en sus estructuras cognoscitivas, es el desarrollo del pensamiento en operaciones lógico – matemáticas, etapa de desarrollo que oscila en edades escolares comprendidas entre los 12 y 17 años de edad, curiosamente es uno de los momentos donde la motivación de algunas personas por el aprendizaje de las matemáticas es bajo, debido a múltiples factores, como, por ejemplo: malas experiencias en el desarrollo del pensamiento matemático en años anteriores, prácticas de ejercitación matemática descontextualizada de la cotidianidad, inadecuados procesos de acompañamiento de profesores, resultados de rendimiento escolar con bajos desempeños, debilidad en la formación matemática de

---

<sup>1</sup> En el sistema educativo colombiano se considera mortalidad académica, a los porcentajes de la cantidad de estudiantes que han perdido una asignatura o espacio académico por bajos desempeños en sus procesos.

los maestros de básica primaria, entre otros; reforzados estos factores mencionados por las caracterizaciones de los mismos por Caballero y Espíndola (2016) en su estudio “El rechazo al aprendizaje de las matemáticas a causa de la violencia en el bachillerato” o Salazar et al. (2017) en su indagación en Latinoamérica sobre la “Psicología social de la matemática”; estos argumentos causan inquietud para indagar sobre la mediación de tecnologías como una alternativa en busca de desarrollo del pensamiento matemático.

Desde la observación del maestro se evidencia en los adolescentes, especial interés y motivación por la manipulación y usabilidad de herramientas tecnológicas, esta idea motiva hacia indagar posibilidades desde los gustos de los estudiantes y se revisa una alternativa concreta de pensamiento computacional, con el “lenguaje de programación Scratch”, apoyado en los fundamentos de Wing (2006), desde el pensamiento computacional se resalta inicialmente diversos aspectos, entre ellos la usabilidad de herramientas tecnológicas, aplicaciones de internet, software con propósito de resolver problemas, la modelación de fenómenos naturales, el tratamiento de datos, específicamente la usabilidad de la tecnología al servicio del ser humano y la aplicación de la teoría general de sistemas en la resolución de los problemas que enfrentan las personas; estas ideas orientan la posibilidad de indagar concretamente con una propuesta pedagógica de impacto con los estudiantes.

Concretamente en la investigación se tomó la idea central del *pensamiento computacional* como la posibilidad de solución de problemas con apoyo de herramientas tecnológicas, desde la mediación con programación de computadores y el enfoque sistémico; las experiencias del uso del pensamiento computacional en la solución de problemas llevan al individuo a estructurar el desarrollo del pensamiento desde los fundamentos más simples como las que plantea Piaget (1958)

en su teoría, sobre los procesos mentales de seriación, orden, clasificación, agrupación, modelamiento, patrones, entre otros, y sin lugar a dudas estos tienen estrecha relación con el desarrollo del pensamiento matemático, estas ideas llevaron al presente estudio a cuestionar la influencia del pensamiento computacional en el desarrollo del pensamiento matemático y es por estas razones que se plantea el interrogante : **¿ El desarrollo de habilidades en el pensamiento computacional, mejorará considerablemente el pensamiento matemático ?**

Se sabe que para ser buen programador de software se requiere mucha experimentación con algoritmos y problemas de tipo lógico - matemático, y por demás las cualidades de los programadores de computadores son: alta capacidad de análisis, resolución de problemas, análisis de detalles minuciosos, capacidad de comunicación asertiva, trabajo en equipo y altos niveles de concentración. De acuerdo con Wing (2006); estas características y habilidades que facilitan el entrenamiento en el desarrollo del pensamiento lógico – matemático de las personas a partir de las diferentes situaciones que debe resolver el individuo son oportunidades en los procesos de mejora de las capacidades de razonamiento y desarrollo del pensamiento de los individuos, como lo plantea Piaget (1958) en su teoría del desarrollo del aprendizaje; estas ideas plantean una oportunidad en el proceso de experimentación que se desarrolló, el cual indagó el impacto del pensamiento computacional en el mejoramiento del pensamiento matemático.

Estas razones llevan a proponer una investigación de tipo cuasiexperimental, con un muestreo de tipo No probabilístico intencionado, a partir de grupos de 100 estudiantes por cada año de estudio, los participantes son estudiantes de grado Octavo de la IE Santo Domingo Savio del Municipio de Chinchiná (Caldas – Colombia), estas personas tienen edades comprendidas entre los 12 y 17 años, que comúnmente se denominan “adolescentes”; de la muestra de estudio, el 30% se convirtió en



grupos de estudiantes experimentales, con los cuales se trabajó en horario extra clases, en sesiones semanales de cuatro (4) horas, en un periodo de cuatro (4) meses durante cada año de estudio. El grupo experimental se denominó “club de programación con Scratch”, este club es considerado el “Programa de intervención”<sup>2</sup>, el cual contempla 16 semanas de exploración con sus respectivas Guías o talleres de orientación (ver anexo B); por otra parte, el 70% restante de la muestra no participó del programa de intervención, pero aplicaron los test de habilidades matemáticas, estos grupos se denominaron grupos de control, de esta manera además de tener pre-test y post-test se tuvieron los grupos experimentales, con el objetivo de los procesos de comparación.

Para efectos de evaluación de los resultados se utilizaron las pruebas conocidas como “Test de inteligencia numérica de Binet-Simón y Wechsler”, estos test se aplicaron de manera previa al proceso de intervención y posterior al proceso de intervención, los pre-test y los post-test son las herramientas que permiten validar el impacto del programa de intervención; los pre-test y pos-test (ver Anexos D y C) se aplicaron tanto en el año 2020 como en el año 2021 y se desarrollaron por los estudiantes de los grupos experimentales y de control. Finalmente, mediante pruebas de hipótesis de diferencias pareadas para los diferentes grupos, se obtuvo que es significativo y positivo el apoyo que brinda el desarrollo del pensamiento computacional (causa) al desarrollo de pensamiento matemático (efecto).

---

<sup>2</sup> Anexo 1: Programa de Intervención

El trabajo se desarrolló en los cinco capítulos que se mencionan a continuación: 1. Pensamiento Matemático apoyado por el Pensamiento Computacional, en el cual se describen los elementos que motivaron al desarrollo de la presente investigación, 2. Pensamiento Computacional de Wing & Pensamiento Matemático de Piaget, en este capítulo se fundamenta el marco teórico, conceptual y referencial de la presente investigación, 3. Estrategia del Trabajo Investigativo, capítulo dedicado a la descripción metodológica del desarrollo del proceso investigativo, 4. Resultados de la Investigación, se presentan por medio de tablas y gráficas las evidencias cuantitativas obtenidas en la medición de las habilidades del desarrollo del Pensamiento Matemático y finalmente, 5. Discusión y Resultados, en los cuales se registran las ideas, reflexiones e inferencias desde el análisis del proceso de indagación y de los resultados obtenidos en la investigación, permitiendo de esta manera el presente informe investigativo.

## **1. Pensamiento Matemático apoyado por el Pensamiento Computacional**

El presente capítulo contextualiza, a partir de la problemática de los jóvenes de la Institución Educativa Santo Domingo Savio de Chinchiná (Caldas-Colombia), en torno al aprendizaje del Pensamiento Matemático, la reglamentación estatal de Colombia en el Sistema Educativo, donde se justifica el desarrollo de las habilidades matemáticas desde lo curricular y los proyectos educativos institucionales, por otra parte se presenta la necesidad institucional de mejorar los desempeños académicos en matemáticas tanto en los procesos internos como en los de evaluaciones externas con las pruebas ICFES Saber, también se presenta el desafío de Colombia entorno al mejoramiento del desarrollo del pensamiento matemático a partir de las evidencias de los resultados de las pruebas PISA y el informe de la OCDE y finalmente se indica la tendencia mundial del apoyo de las tecnologías emergentes al desarrollo del aprendizaje, como se muestran a continuación:

### **1.1. Mejorar las Habilidades en Pensamiento Matemático**

#### ***1.1.1. Los Adolescentes y La Institución Educativa Santo Domingo Savio de Chinchiná***

Chinchiná es una Ciudad de Colombia, que pertenece al Departamento de Caldas, de acuerdo al informe del año 2018 de la Federación Nacional de Cafeteros de Colombia, es parte de la región de mayor cantidad y calidad de producción de café de los últimos 120 años,; el municipio de Chinchiná registro una población de 50.880 habitantes según censo del Departamento

Administrativo Nacional de Estadísticas (DANE)<sup>3</sup> de 2018; la Figura 1 muestra la ubicación geográfica del municipio de Chinchiná en Colombia, el cual está en la parte centro – occidente; además se incluye la tabla de la derecha con datos poblacionales, donde se resalta que 5102 adolescentes registran edades entre 12 y 17 años, según DANE(2020); la Institución Educativa Santo Domingo Savio de Chinchiná tiene matriculados 2100 estudiantes en el año 2020 y en el año 2021 su registro es de 2156 estudiantes, de los cuales 250 están inscritos en grado escolar Octavo, los adolescentes de grado octavo tienen edades que oscilan entre los 12 y 17 años, son ellas las personas foco del presente trabajo investigativo.

*Figura 1. Ubicación Geográfica y datos de la población de Chinchiná (Caldas-Colombia)*



Curso de Vida	2020	
	Número absoluto	Frecuencia relativa
<b>Primera infancia (0 a 5 años)TF7</b>	<b>4.957</b>	9,82
<b>Infancia (6 a 11 años)</b>	<b>5.051</b>	10,00
<b>Adolescencia (12 a 17 años)</b>	<b>5.102</b>	10.10
<b>Juventud (18 a 28 años)</b>	<b>8.506</b>	16.85
<b>Adultez (29 a 59 años)</b>	<b>18.734</b>	37.11
<b>Persona mayor (60 años y más)</b>	<b>8.124</b>	16,09
<b>Total</b>	<b>50.474</b>	

Nota: Adoptado del DANE (2020), tomado de <http://observatorio.saludcaldas.gov.co/>

<sup>3</sup> DANE: entidad gubernamental de Colombia, que se encarga de planear, levantar, analizar y difundir las estadísticas oficiales del país.

### ***1.1.2. El Reto de Mejorar los Resultados en Matemáticas***

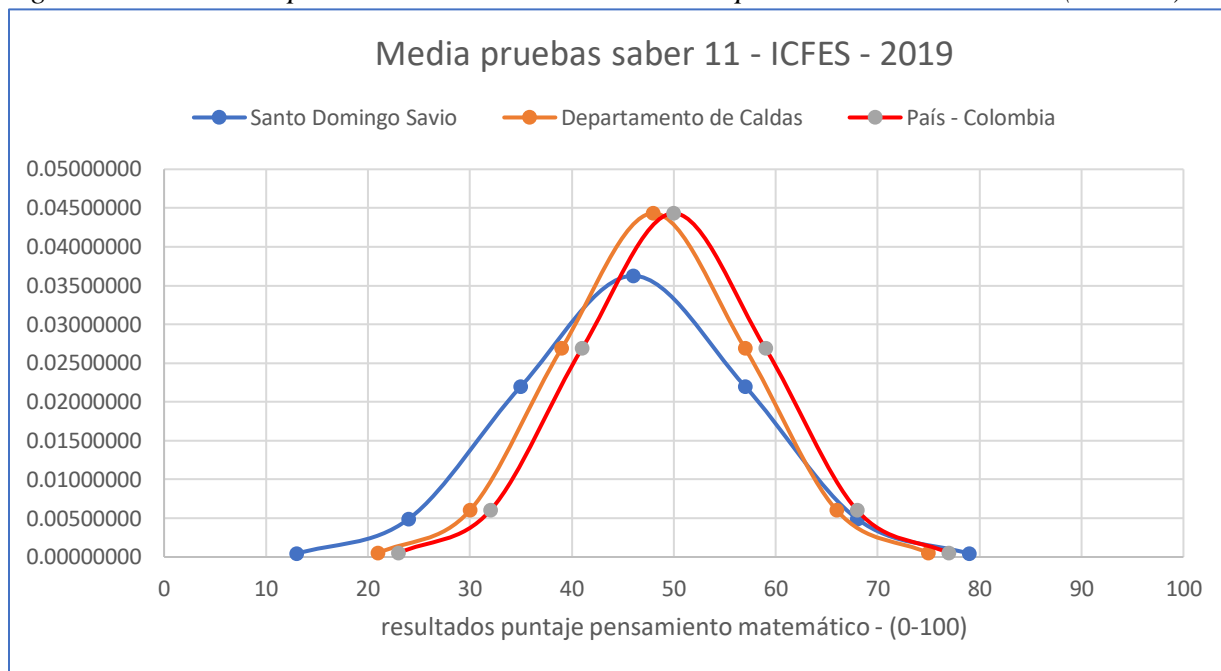
Para la Institución Educativa Santo Domingo Savio, un problema detectado en calidad educativa, se relaciona, con la falta de motivación y el bajo rendimiento escolar en el área de matemáticas, evidencia que se registra en actas de consejo académico de los años 2017, 2018 y 2019, donde se indican niveles de mortalidad en el área de matemáticas, que generalmente son superiores al 40 %, que llevan anualmente a procesos especiales de recuperación escolar, que supone trabajo adicional tanto para estudiantes como para maestros, para cumplir con los indicadores de pérdida escolar que exige el Ministerio de Educación de Colombia, los cuales no deben ser mayores al 3 % de la población, indicador que responde a metas nacionales de la calidad educativa Colombiana; también se resalta que los resultados de pensamiento matemático en pruebas externas Saber Icfes<sup>4</sup> están por debajo de la media nacional y departamental, como se indica por ejemplo en la Figura 2; estas ideas representan uno de los principales desafíos institucionales en pro de mejorar los indicadores de pensamiento matemático.

Estas ideas generan inquietud en la Institución Educativa Santo Domingo Savio de Chinchiná, sobre el interrogante: ¿cómo lograr mejorar los resultados de pensamiento matemático, en un futuro próximo?, debido a que estos son indicadores de calidad educativa en el nivel institucional, departamental y nacional.

---

<sup>4</sup> ICFES: Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación, organismo gubernamental encargado de cuantificar la calidad educativa de Colombia.

Figura 2. Resultados pruebas Saber 11 del año 2019 en pensamiento matemático (MEDIA)



Nota: Información adoptada del ICFES (2019), tomado de <http://www.icfes.gov.co>

Por otra parte, el colegio ofrece un espacio académico denominado tecnología e informática, asignatura donde se promueve el uso de ofimática orientada a los procesos de secretariado comercial; además desde la percepción del investigador, se visualiza especial atracción de los estudiantes al uso de herramientas tecnológicas; estas razones motivan al maestro-investigador a proponer a los estudiantes, de manera voluntaria, un espacio extra clase, para generar un “club de programadores”, con el objeto de implementar un proceso de aprendizaje en programación computacional, de esta manera estimular el desarrollo del pensamiento computacional y, de acuerdo a la teoría del pensamiento computacional, poder resolver problemas desde la aplicación de diferentes heurísticas mediante herramientas tecnológicas; esta experiencia del “club de programadores” trae consigo ejercitación, entrenamiento y uso de actividades mentales que requieren de procesos de razonamiento, desde la hipótesis del investigador esta mediación del pensamiento computacional, apoya al desarrollo del pensamiento matemático; a partir de estas

ideas planteadas surge la pregunta orientadora para el desarrollo de la presente investigación: ¿ el desarrollo del pensamiento computacional mejora el pensamiento matemático?

Sumado a las ideas anteriormente planteadas, una de las preocupaciones del mundo, de Colombia y de la región, es el pequeño número de personas que actualmente desea hacer estudios de ingeniería, en especial de profesiones como diseño de software o estudios para la gestión y análisis de datos, tal como lo informa en su investigación de ACOFI el Ingeniero García (2012),

*Tabla 1.  
Registros de egresados de Colegios, tendencia de ingreso a ingeniería en Colombia*

	2018		2019	
Estudiantes egresados de Once	690.000		655.000	
Ingresan a estudiar Ingeniería	55.200	8 %	51.430	7,85 %
Egresan como Ingenieros	8.540	1,24 %	6.720	1,03 %

Nota: Información adoptada del DANE (2020), Sistema de Información de la Educación Para El Trabajo y el Desarrollo Humano - SIET 05/01/2020; Sistema Nacional de la Educación Superior, SNIES, (2020)

*Tabla 2.  
Relación de mujeres y hombres egresados de ingeniería en Colombia*

	2018		2019	
Mujeres egresadas como Ingenieros	2.050	24 %	1.747	26 %
Hombres egresados como Ingenieros	6.490	76 %	4.973	74 %

Nota: Adoptado del DANE (2020), Sistema de Información de la Educación Para El Trabajo y el Desarrollo Humano - SIET 05/01/2020; Sistema Nacional de la Educación Superior, SNIES, (2020)

as tabla 1 y tabla 2, evidencian la proporción de estudiantes que ingresan a estudiar ingenierías, e indican los porcentajes de mujeres y hombres que egresan, lo cual indica una crisis en la formación de ingenieros en Colombia, como lo mencionan Serna y Serna (2015); en Colombia hacia el año 2019 hubo un déficit de 100 mil ingenieros, según el estudio contratado por el Ministerio de Educación Nacional de Colombia a EAFIT-INFOSYS (2019), ahí se plantea que la necesidad es

grave, que el país necesitará importar ingenieros para dar cobertura a las necesidades empresariales, académicas y de gobierno, vale la pena resaltar que uno de los factores que incide es la poca motivación a partir del mismo desarrollo del pensamiento lógico-matemático en los estudiantes de colegios, tan solo un 8 % de la población de bachilleres egresados ingresan a estudiar ingenierías y de ese porcentaje se observa que entre un 1 % y 1,2 % egresan como profesionales como lo indica la Tabla 1, esta demanda es una oportunidad para fortalecer los procesos de formación en pensamiento lógico – matemático en los colegios. La presente investigación pretende promover alternativas que sean vinculantes en las experiencias de aprendizaje mediadas por las tecnologías, que hoy se conocen como STEM (Ciencia, Tecnología, Ingeniería y Matemáticas).

### ***1.1.3. Desarrollo del Pensamiento Matemático y el Pensamiento Computacional en Colombia***

En el año 1994 se expide la Ley 115 General de Educación, dando autonomía a las instituciones para formular los planes de estudio, en el decreto 1860 de 1994 se reglamenta al Proyecto Educativo Institucional (PEI), gobierno escolar, normas de evaluación, contenidos curriculares y promoción, entre otros; la resolución 2343 de 1996 propone un diseño de lineamientos generales de los procesos curriculares del servicio público educativo y establece los indicadores de logros curriculares para la educación formal, haciendo énfasis en el pragmatismo cognitivo lo cual condujo a la visión de una educación por competencias; los *lineamientos curriculares* se publican desde 1998 a partir de interrogantes sobre qué enseñar y qué aprender en la escuela, centrando las reflexiones en los temas del currículo, de tal manera que se orienta y se dan criterios nacionales para la formulación de los contenidos curriculares; hacia el año 2006 el Ministerio de Educación de Colombia (MEN) expide las orientaciones para la elaboración del currículo, conocido como



Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas, el cual se ha convertido en la guía acerca de lo que los estudiantes deben saber, y qué saber hacer con lo que aprenden.

Desde los DBA (MEN, 2017b), se propone una malla de orientación de contenidos curriculares para el área de matemáticas, ahí se plantea un desarrollo del pensamiento matemático de las personas de manera progresiva de acuerdo a las edades y contextos, vinculándolo de manera obligatoria a partir de los cinco diferentes tipos de pensamiento matemático : pensamiento numérico, pensamiento espacial, pensamiento métrico, pensamiento aleatorio y pensamiento variacional; por este motivo en la planeación de los espacios académicos de matemáticas de todo el país, se vienen desarrollando experiencias de aprendizaje basados en el desarrollo de competencias en estos cinco tipos de pensamiento.

Por otra parte, el sistema educativo colombiano ha venido adaptando y adoptando desde los últimos 27 años, como lo indica la Ley General de Educación de 1994 y el Decreto 1860 de 1994, el desarrollo del espacio académico de tecnología, el cual se orienta a partir de la Guía No. 30 , la cual invita a desarrollar competencias al acercamiento y promoción de la tecnología con el slogan “ Ser competente en tecnología : Una necesidad para el desarrollo” del MEN (2008) , esta guía orienta grado a grado escolar, una variedad de opciones debido a las características heterogéneas que presentan las diversas instituciones educativas del país en el tema de infraestructura y en el tema de formación de los docentes de tecnología, por ejemplo hasta el año 2018 se indica que un 83% de la población tiene acceso a internet, como lo dicta el informe de MINTIC (2018) y los registros del DANE (2020); pero de acuerdo al informe de Pérez y Ramos (2020), durante la pandemia del año 2020, la población de estudiantes que no tiene acceso a internet llega al 55 % ,

reflejo muy similar de acceso a infraestructura de tecnologías y conectividad en los establecimientos educativos, lo cual representa a un total de más de 5 millones de estudiantes colombianos que no tienen acceso a tecnologías e internet.

A partir de la Guía No. 30 se posibilitan indicaciones para la planificación del área de tecnología de las instituciones educativas, la cual brinda opciones hacia el manejo y comprensión de herramientas tecnológicas, al uso de herramientas ofimáticas y a un proceso de alfabetización de los recursos de internet, empero no se da vital importancia al desarrollo del pensamiento computacional, como lo es la algoritmia y la programación de computadores.

Las principales normas, decretos y/o elementos legales en el campo educativo que resultan fundamentales para justificar el presente trabajo son:

*Tabla 3.*  
*Normograma de Colombia*

Documento rector	Texto / resumen de la norma	Contexto de la norma
Constitución política de Colombia (Artículo 67, 1991)	“La educación es un derecho de la persona y un servicio público que tiene una función social; con ella se busca el acceso al conocimiento, a la ciencia, a la técnica, y a los demás bienes y valores de la cultura (...)”	Entender la educación como un servicio de carácter público implica que ésta sea de calidad, el presente trabajo indaga sobre posibilidades para mejorar desarrollo del pensamiento.
Ley General de Educación Ley 115 de febrero 8 de 1994	“La educación es un proceso de formación permanente, personal, cultural y social que se fundamenta en una concepción integral de la persona humana, de su dignidad, de sus derechos y de sus deberes”. (Congreso Nacional de la República, 1994).	Evaluar el desarrollo del pensamiento matemático, desde mediación del pensamiento computacional, aporta nuevas alternativas para el mejoramiento del desarrollo integral de los individuos.
Lineamientos y estándares básicos de competencias en	“El contexto del aprendizaje de las matemáticas es el lugar no sólo físico si no, ante todo sociocultural– desde donde se	Desde los lineamientos y estándares básicos de competencias en matemáticas, se evalúa el desarrollo de los

matemáticas (MEN, 2017a)	construye sentido y significado para las actividades y los contenidos matemáticos, y, por lo tanto, desde donde se establecen conexiones con la vida cotidiana de los estudiantes y sus familias, con las demás actividades de la institución educativa y, en particular, con las demás ciencias y con otros ámbitos de las matemáticas mismas”.	contenidos de pensamiento matemático, a partir de los pensamientos numérico, espacial, métrico, aleatorio y variacional, con el objeto de orientar los desarrollos y planeaciones de contenidos curriculares de los diferentes planes de estudio.
Derechos Básicos de Aprendizaje de Matemáticas en Colombia V2 (MEN, 2017b)	Competencias mínimas requeridas en la formación de los contenidos curriculares del estado colombiano, estructura grado a grado, desde los diferentes tipos de pensamiento matemático.	Basamos el trabajo referenciándolo en el desarrollo del pensamiento matemático, para adolescentes de edades comprendidas entre los 12 hasta los 17 años.
MEN (2008), Guía No.30, Ser Competentes en Tecnología	Orientaciones generales para la educación en tecnología; indicaciones grado a grado para el diseño de contenidos curriculares en el espacio académico de tecnología e informática.	En el presente trabajo concentramos exclusivamente el Desarrollo del pensamiento computacional en adolescentes de edades entre 12 y 17 años.

Nota: Elaboración propia

La Tabla 3 de Normograma de Colombia, indica las normas, decretos, lineamientos y orientaciones, a partir de las cuales se desarrolla el currículo en los proyectos educativos de las Instituciones Educativas Colombianas de acuerdo a las exigencias del Ministerio de Educación Nacional de Colombia, y además se colocan unas cortas ideas sobre como cada uno de estos elementos, permite justificar el desarrollo del presente proyecto.

Por estas argumentaciones y por la necesidad de buscar alternativas para mejorar el desarrollo del pensamiento matemático de los estudiantes, se indagó si el desarrollo de experiencias en el pensamiento computacional influyó en la mejora del pensamiento matemático; para desarrollar el proyecto se elaboró un “programa de intervención” el cual se basó en guías o talleres para orientar la experiencia de programación con Scratch <sup>5</sup> (ver anexo2), el lenguaje de programación Scratch

---

<sup>5</sup> Anexo1: Programa de Intervención

es una herramienta que permite interactuar por medio del juego con todos los elementos de programación de computadores y desarrollar aplicaciones y programas orientados a la multimedia, se resalta que esta herramienta es orientado a aprender por medio del juego; de esta manera los estudiantes manipularon algoritmos de programación y desarrollaron heurísticas en la solución de los problemas propuestos en la experiencia de pensamiento computacional; para lograr verificar la hipótesis planteada en la investigación los estudiantes fueron evaluados en pensamiento matemático y de esta manera se adquirió registros que posibilitaron la comprobación de la incidencia de la experiencia sobre el desarrollo del pensamiento matemático.

#### ***1.1.4. Resultados de habilidades matemáticas de Colombia ante pruebas PISA***

De acuerdo al informe que presenta Isaza (2020), quien indica que los resultados de la evaluación del año 2018, en los cuales se evaluó matemáticas, lectura y ciencias, mediante el programa PISA, la OCDE informa que las evidencias de Colombia muestran que sigue ocupando de manera similar a los años 2013, 2014, 2015, 2016 y 2017, el último puesto entre los miembros de ese organismo; Colombia presenta puntajes por debajo de Brasil, México, Uruguay, Argentina, Perú y Costa Rica; la prueba PISA se valora en los niveles de 1 a 7 y Colombia registra sus puntajes promedios en un nivel 2 en los tres espacios evaluados tanto en matemáticas, lenguaje como ciencias; se resalta que solo el 1,5% de los estudiantes Colombianos valorados llega a un nivel de 5, mientras que el 40% no alcanza ni siquiera el nivel 2; en comparación con otros países de la OCDE que en promedio obtienen el 9,7% de en nivele 5 y el 76% superan el nivel 3 en lectura; estos son argumentos que ponen alerta al sistema educativo colombiano y se convierten en un desafío en la búsqueda de alternativas para mejorar las habilidades tanto matemáticas como lenguaje y ciencias.

### ***1.1.5. Desarrollo del Pensamiento Matemático y el Pensamiento Computacional en el Mundo***

Los países que puntúan en los primeros lugares de las pruebas PISA en los últimos diez años, como lo informan Shute et al (2017) y Wólftram (2018) en sus investigaciones, muestran que estos países han optado por la inclusión desde sus mismas políticas educativas, en el enfoque del desarrollo de espacios académicos mediados desde STEAM (Ciencia, Tecnología, Ingeniería y Matemáticas), es el caso del soporte que ofrece el desarrollo del pensamiento matemático en los campos de la ingeniería, la ciencia y la tecnología; desde aquí se resalta que tanto el pensamiento matemático como el pensamiento computacional, en conjunto posibilitan desarrollo del pensamiento desde los diferentes alternativas de entrenamiento que experimenta el individuo en la resolución de problemas y en el desarrollo, tanto del razonamiento como del pensamiento crítico, apoyados en herramientas que ofrece el pensamiento computacional; de esta manera la tendencia en los modelos educativos como lo afirman Shute et al (2017) y Wólftram (2018) se proyecta hacia la formación de los ciudadanos del mundo mediados por las tecnologías que basan el desarrollo del pensamiento computacional, de tal forma que las personas puedan discernir los retos que les plante el futuro próximo.

## **1.2. La Programación de Computadores y las Matemáticas**

### **¿El desarrollo del pensamiento computacional mejora el pensamiento matemático?**

Esta es la pregunta central orientadora de la presente investigación, la cual nace desde la motivación de los estudiantes por la manipulación de tecnologías, la necesidad de la institución educativa en la búsqueda de alternativas en miras al mejoramiento de las habilidades de aprendizaje como es el caso de las matemáticas, debido a las evidencias de los resultados de rendimiento académico

medidos en pruebas tanto internas como externas a la institución educativa y finalmente la tendencia de los países éxitos en modelos educativos, los cuales han encontrado un importante apoyo de herramientas de desarrollo de pensamiento computacional hacia las experiencias de aprendizaje; estas ideas llevan al desarrollo de este proceso investigativo, el cual quiere evaluar el impacto del apoyo del pensamiento computacional, para el mejoramiento de las habilidades matemáticas de los estudiantes objeto del presente estudio.

### 1.2.1. *Relación entre Habilidades Matemáticas y Pensamiento Computacional.*

#### **¿Cómo medir el impacto de un programa de intervención fundamentado en pensamiento computacional en el mejoramiento de habilidades de pensamiento matemático?**

El desarrollo del presente trabajo permite evaluar el impacto de los programas de intervención fundamentados en la programación de computadores y cómo estos afectan en el desarrollo de las habilidades del pensamiento matemático.

### 1.2.2. *Pensamiento computacional Vs Pensamiento matemático.*

#### **¿Qué herramientas utilizar para medir las habilidades del desarrollo del pensamiento matemático?**

La presente indagación experimenta con test internacionales para medir los niveles de desarrollo del pensamiento matemático y posibilita inferir el efecto causado en las habilidades matemáticas a partir del desarrollo en pensamiento computacional, o dicho de otra manera como el pensamiento computacional causa mejorías en las habilidades matemáticas.

### 1.2.3. *El Pensamiento Computacional como apoyo al Pensamiento Matemático.*

Autores como Denning (2017), afirman que “ es fundamental el apoyo que ofrece el pensamiento matemático hacia el desarrollo del pensamiento computacional “, esta afirmación la cual se ¿estudia? en el desarrollo de los contenidos curriculares de formación estructural de las carreras de formación profesional, que tienen como objeto de estudio el pensamiento computacional; como son la ingeniería de software, la informática, la ingeniería en telecomunicaciones, la ingeniería electrónica, la ingeniería en bases de datos, entre otras más, tienen como base varias asignaturas de matemáticas para ingeniería , las cuales pretenden estructural formalmente el pensamiento matemático de los estudiantes, razón que por obvias razones responde a la pregunta :

#### **¿el pensamiento matemático apoya significativamente al desarrollo del pensamiento computacional?**

La propuesta del trabajo a partir de los gustos de los estudiantes por la manipulación tecnológica y la necesidad institucional por mejorar el rendimiento escolar, lleva a esta investigación a revisar o responder el interrogante sobre: **¿es posible mejorar las habilidades del pensamiento matemático a partir de experiencias de pensamiento computacional, como lo son la resolución de problemas desde programas de lenguajes de computador?**

El gran interrogante, que se tiene al elaborar el trabajo investigativo es sobre, si el desarrollo de habilidades en el pensamiento computacional mejorará considerablemente el pensamiento matemático en jóvenes de la I.E. de Santo Domingo de Chinchiná (Caldas-Colombia)

### **1.3. Hacia Personas con Habilidades en la Resolución de Problemas**

Actualmente el mundo necesita de personas con altas capacidades para resolver problemas de manera creativa, innovadora y crítica; el pensamiento matemático desarrolla estructuras mentales que le permiten a la persona agilidad, creatividad y una gran capacidad en la resolución de problemas de razonamiento lógico y en problemas de la vida cotidiana; por otra parte, el pensamiento computacional es la tendencia que existe de las personas en la usabilidad de las tecnologías para sus bienes concretos, según lo propone Wing (2006), y cita puntualmente: “la organización de la información que se requiera, ya sea en hojas electrónicas, documentos de texto, bases de datos e inclusive archivos multimediales, también le permiten al ser humano comunicación o interacción social “detalle que es de los que más agrada en las personas que desarrollan pensamiento computacional”, desde las actividades de ocio multimedial hasta las tareas que le permiten a los individuos para gestionar la información que la vida cotidiana le exige en el día a día, como lo indica Wing (2006).

Una de las acciones fundamentales en pensamiento computacional es el diseño y desarrollo de algoritmos que solucionen problemas puntuales y, puesto que la mayoría de ellos requieren del uso de herramientas algorítmicas de tipo matemático, una de las principales características de los programadores de software o de computadores es la habilidad en el pensamiento matemático; el diseño de algoritmos y de programas computacionales requiere del uso y aplicación de estructuras abstractas como son las series de números, la teorías de conjuntos, las reglas de lógica proposicional, los principios de la aritmética, las relaciones espaciales o de geometría y del álgebra misma; se piensa que estas son algunas de las razones por que las personas en general no quieren estudiar o desarrollarse como profesionales en diseño o elaboración de software, aunque el mundo



laboral requiera de personas que inventen, creen, diseñen nuevos prototipos o nuevos paradigmas en el mundo de la era digital, tal como se evidencia en el informe de García (2012).

Como se mencionó en el problema de investigación una inquietud de la Institución Educativa Santo Domingo Savio de Chinchiná (Caldas-Colombia) es mejorar sus resultados de indicadores del componente de matemáticas en las pruebas externas, además de las evidencias del informe de resultados de los países de la OCDE donde se presentan los resultados de Colombia con valores por debajo de la media de los resultados promedio y del resto de países que presentan la prueba, según informe PISA (2018); resultados que son el reflejo de muchos factores de tipo estructural y social, como son las condiciones de saneamiento básico (acceso a agua, alcantarillado, energía, gas, internet), acceso al empleo, vivienda digna, adecuado servicio de salud para los colombianos, acceso a la educación gratuita, entre otros, como lo menciona el mismo informe de resultados de ICFES (2018) e ICFES (2020).

Estas ideas llevan a pensar sobre si el desarrollo de pensamiento computacional puede apoyar o mejorar el desarrollo del pensamiento matemático y es por ello que se propone el experimento del programa de intervención basado en la experimentación de la programación de computadores por medio de Scratch (ver anexo B), la evaluación por medio de pruebas o test para medir el pensamiento matemático y de esta manera buscar mejorar en los estudiantes los niveles de desempeño del pensamiento matemático y por demás también la motivación de los mismos hacia el aprendizaje de las matemáticas.

### ***1.3.1. Investigando en Tiempos de Covid 19***

El desarrollo del proyecto de investigación en la coyuntura vivida por la emergencia sanitaria de Covid 19, permitió las siguientes experiencias:

- En los años 2020 y 2021 se vivió el desplazamiento del sistema educativo tradicional globalizado hacia un sistema de educación remota mediado por tecnologías fundamentadas en el internet.
- El maestro-investigador es además profesor de matemáticas del grupo de estudiantes de grado octavo de la Institución Educativa Santo Domingo Savio del Municipio de Chinchiná (Caldas-Colombia).
- La necesidad institucional por buscar alternativas diferentes a las que ofrece tradicionalmente el proyecto educativo, para mejorar los resultados o indicadores de calidad educativa medidos específicamente en el pensamiento matemático.
- La inquietud de los estudiantes y maestro-investigador por hacer mejor uso del tiempo libre y de las herramientas libres computacionales.
- Establecer una comunicación emocional desde los espacios compartidos, permitiendo mayor acercamiento y motivación hacia los procesos de aprendizaje, desde la relación de diálogos de mayor confianza causada por la coyuntura vivida.
- El desarrollo de los estudios de doctorado del maestro – investigador, que en búsqueda de sistematizar las inquietudes de su quehacer cotidiano llevo a elaborar la presente investigación desde su trabajo de cotidiano con los estudiantes.

- La posibilidad de generar espacios de comunicación, adicionales a las clases tradicionales y que permitan reconocer y apoyar desde la orientación emocional los procesos vivenciales de los estudiantes.

Estos siete (7) factores influyen en la conveniencia para el desarrollo del proyecto investigativo y además se convirtieron de una u otra manera en detalles a favor del proceso de indagación experimentado.

### ***1.3.2. Importancia de Mejorar las Habilidades Matemáticas***

El tema que se desarrolla tiene un interés muy importante en varios sectores: por una parte los estudiantes debido al tema de los resultados en pruebas externas y su rendimiento escolar, por otra parte las alternativas de aprendizaje mediadas por tecnologías e internet; para los profesores de matemática y tecnología, quienes pueden apoyarse mutuamente proyectando trabajo colaborativo con efecto de mejorar sus experiencias hacia el desarrollo del pensamiento computacional y matemático; las instituciones educativas, están inquietas en alternativas que promuevan formas de desarrollo de pensamientos, para vincularlas en sus proyectos educativos institucionales; finalmente está el interés de los padres de familia, quienes están prestos a exitosas alternativas de educación de sus hijos con miras a mejoras en sus resultados académicos; por último se quiere resaltar la necesidad del país, del sector empresarial y del mundo, en la búsqueda de alternativas hacia la formación y motivación de las personas en el tema de desarrollo de pensamiento tanto matemático como computacional, tendientes a ser los temas que fundamentan las exigencias del futuro.

### ***1.3.3. ¿Cómo Investigar en Momentos de Covid 19?***

La situación de emergencia sanitaria por COVID 19, que llevo a desarrollar los procesos educativos de manera remota, mediada por las tecnologías y esta propuesta educativa fue una interesante exploración sobre las posibilidades de adecuación de currículo en las condiciones planteadas por pandemia; además que los estudiantes ofrecieron una respuesta muy adecuada al desarrollo del proyecto.

### ***1.3.4. Club de Programación de Computadores con Scratch***

Metodológicamente, vale la pena resaltar que a partir de los test de diagnóstico, se plantea el programa de intervención, como aporte de estrategias hacia la mejora de los procesos educativos, entonces la implementación del programa de intervención, se logra bajo la mediación de guías de aprendizaje (ver Anexo B) y la orientación-compromiso del maestro-investigador encargado, es fundamental para la elaboración de este tipo de actividades, posteriormente se valora las dinámicas de cambio generadas por los procesos de intervención, luego y mediante la aplicación de herramientas que permitan confrontar o corroborar la implicación de los procesos experimentados para efecto de validar las hipótesis formuladas en la investigación, finalmente se sistematiza e interpreta los resultados obtenidos en el proceso de la actividad investigativa.

### ***1.3.5. Medición del Pensamiento Matemático y Experimentación con Pensamiento Computacional***

#### **¿de qué manera medir las habilidades del pensamiento matemático?**

Es fundamental tener un punto de referencia sobre los autores que permitan ser soporte de las variables de estudio, que para la investigación son el pensamiento matemático (Variable dependiente “efecto”) y el pensamiento computacional (Variable independiente “causa”), es por ello que se necesita establecer unos referentes concretos de fundamento teórico para poder afirmar la hipótesis con fundamento de causa.

### **1.4. Del Pensamiento Computacional hacia las Habilidades del Pensamiento Matemático**

Existen variados autores y de acuerdo a los enfoques de los mismos se puede proyectar un soporte teórico para el desarrollo de una investigación como la presente, en el caso del presente trabajo, se fundamentó la esencia del desarrollo del pensamiento matemático en la teoría de Jean Piaget y la conceptualización de pensamiento computacional en la teoría de Jeannette Wing, los dos autores junto a los apuntes de otros autores que desarrollan sus teorías a partir de estos, son claves en marcar ideas fundamentales para el desarrollo de pensamiento matemático y pensamiento computacional.

Se finaliza el capítulo concluyendo que el desarrollo del pensamiento computacional se presenta como una oportunidad alternativa de apoyo al desarrollo del pensamiento matemático y se postula como el desarrollo una experiencia educativa elaborada en condiciones de emergencia sanitaria por Covid 19, con medición de tecnologías computacionales soportadas en internet, desde la resolución de problemas en trabajo colaborativo de los estudiantes orientados por el docente maestro de

matemáticas y con el objeto de evaluar si la experiencia permite la mejoría en el desarrollo de las habilidades matemáticas de los estudiantes.

## **2. Pensamiento Computacional de Wing & Pensamiento Matemático de Piaget**

Para lograr una adecuada relación entre pensamiento matemático y pensamiento computacional, tener claridad en el discurso y desarrollo conceptual de la presente investigación, se mencionan algunos autores, que fundamentan sus trabajos, en las teorías de Wing y Piaget respectivamente y se resalta que son los que soportan el presente trabajo; en este aparte se fundamentan desde varios autores los diferentes tipos de pensamiento matemáticos, además se presenta una alternativa de medición del pensamiento matemático por medio de los test de Stanford-Binet y Wechsler; además se presentan referentes de pensamiento computacional en relación al pensamiento matemático, desde los componentes de resolución de problemas, pensamiento crítico, trabajo colaborativo, comunicación, el juego, la motivación, las plataformas tecnológicas que apoyan procesos de aprendizaje y el desarrollo de la creatividad; de esta manera se da soporte teórico, conceptual y referencial a la presente investigación, como se muestra a continuación:

### **2.1. Pensamiento Matemático**

La evolución de la matemática durante miles de años, se debe a personas inquietas de diferentes culturas. que han creado una enorme superestructura, en la antigüedad las bases matemáticas se cimentaron en la geometría y la aritmética, para después dar origen a las ramas como son: el cálculo infinitesimal, dinámica, probabilidad, topología, caos, complejidad, probabilística, entre otros, tal como lo afirma Stewar (2007) en su recopilación histórica de más de 10.000 años de evolución de la matemática como ciencia; se cuenta que la matemática desde sus orígenes buscaba apoyar los

cálculos de comercio, las relaciones y proporciones de medición de la tierra, la predicción de eventos astronómicos y de la naturaleza circundante al ser humano.

El concepto de pensamiento matemático puede interpretarse de distintas maneras, dependiendo del foco de atención y de los protagonistas implicados; algunos autores como por ejemplo Cantoral (2005), fundamenta la estructura del pensamiento matemático a partir de las habilidades de clasificación y seriación, Chapman (2011) se concentra en el pensamiento matemático desde la intuición, Van Hiele (1957) fundamenta la relación de la matemática desde el pensamiento espacial, Mason, Burton y Stacey (1982) definen pensamiento matemático desde la complejidad, Vygotsky (1934) argumenta el desarrollo del pensamiento matemático a partir de las relaciones sociales entre los individuos, entre muchos autores más y diferentes tendencias; por nuestra parte tomamos a Jean Piaget quien asume el desarrollo del pensamiento matemático como habilidades que se aprenden de manera progresiva, experimental y con regulación del medio ambiente.

Desde la teoría de Piaget (1985), se comprende que el desarrollo de pensamiento matemático es de tipo progresivo; para desarrollar algún avance en el pensamiento se debe permitir al individuo descubrir y asimilar los conceptos por sí mismo, esta exploración y construcción de estructuras mentales son un proceso que empieza en la persona incluso meses antes de nacer y se desarrolla durante toda la vida del ser humano; en esta búsqueda ilimitada de respuestas a los interrogantes que le plantea el mundo al individuo, se hace necesario establecer la comprensión de éste de manera social, para lograr un dialogo o una comunicación por medio de un sistema de símbolos que sea común y comprensible para la humanidad, el desarrollo del pensamiento matemático en unión al trabajo y aporte social de los seres humanos ha logrado establecer conceptualizaciones comunes para el desarrollo de los pueblos, es por ello de vital importancia la construcción de conceptos y su



uso, como es el caso de los números, las unidades de medida, unidades de tiempo, la abstracción de lo que en la naturaleza está sujeto a ser variable y los principios naturales de incertidumbre; de esta manera se estructura un desarrollo de un sistema de conceptos común para el desarrollo de la humanidad.

El pensamiento matemático es el conjunto de habilidades que usa una persona a partir del pensamiento reflexivo para argumentar y razonar de una manera adecuada, la capacidad de razonamiento lógico, transformando resultados numéricos en relaciones que le ayudan a resolver problemas, además en formulación de nuevos interrogantes o en el planteamiento de problemas en situaciones de diferentes contextos; el pensamiento matemático es soportado en conceptualizaciones, como son la notación simbólica, desde: los números, la geometría, la métrica, la variabilidad y la probabilística; la solución de problemas lleva al individuo a aplicar heurísticas como por ejemplo: formulación de hipótesis, procedimientos, algoritmos, modelación, razonamiento, argumentación, comunicación, entre otros; referirnos al concepto de Pensamiento lleva a revisar algunos autores, como es el caso de Villarini (2014), quien establece que: “pensamiento es la capacidad de las personas de realizar representaciones e interpretaciones de forma abstracta en su mente con el objeto de establecer comprensión del mundo circundante”, esta actividad necesita de unas operaciones que Piaget (1952) denomina procesos de desacomodamiento, ajuste y ordenamiento, en las estructuras mentales del ser humano, para que el individuo sea capaz de resolver problemas.

Por otra, parte Canals (2001) basado en la teoría de Piaget, coloca especial interés en el concepto del Pensamiento Matemático, el cual se estructura desde la forma de razonar ante la resolución de un problema, para su análisis, interpretación y solución necesita de operaciones de medición,

estimación, relaciones de comparación, modelación, ejercicios de prueba y error, entre otros y que se derivan generalmente de cualquier contexto cotidiano, que al mismo tiempo involucren estrategias divergentes, creativas, lógicas, y que permitan darle solución a un problema desconocido pero de especial interés del ser humano; el conjunto de experiencias significativas que vive el individuo y que le permite lograr actividades de interpretación y comprensión del mundo que percibe por medio de un sistema de comunicación que es universal y que le da rigor al lenguaje matemático, como Parra (2016) lo afirma mencionando que estas experiencias son de tipo progresivo, y hacen que las personas construyan diferentes heurísticas o formas de pensar que les permiten ser innovadores y creativos en la toma de decisiones de su vida cotidiana, debido a las habilidades de la estructura de pensamiento, gracias a la matemática.

La idea del pensamiento como un desarrollo de conocimiento de tipo progresivo e ilimitado, trae consigo la idea del entrenamiento, tal y como lo plantean Paltán y Quili (2011) quienes se refieren a la ejercitación, al movimiento repetitivo o entrenamiento que suelen ejecutar algunas personas en búsqueda de mejorar sus procesos físico-mecánicos o su capacidad de almacenamiento de conceptos en su memoria; Piaget fundamenta este concepto a partir del ejercicio abstracto y repetitivo que realizan los seres humanos, desde procesos mentales de asociación con conceptos que ya existen y tienen significado en la memoria interna del individuo y que posibilita recordar y reusar conocimientos mentales previos que tiene el individuo, los procesos de entrenamiento además mejoran alguna capacidad física de las personas, en los dos casos el ser humano logra aumentar su capacidad de almacenamiento de ideas conceptuales en su memoria y también el sistema nervioso, centran en conjunto con los órganos y capacidades mentales-físicas del individuo y mejoran las dinámicas de la persona en relación a la resolución de los problemas de su entorno.

El Pensamiento matemático desde la teoría de Piaget J. (1952) establece que el conjunto de ideas y conceptos en la mente, requieren de ejercicios abstractos como son las relaciones, operaciones o esquemas, que de acuerdo a las características de cada idea, objeto o cosa y su relación con el mundo o con el problema que desea; las situaciones problémicas planteadas seguramente llevan a la persona a abordar cada problema, desde varias formas para resolverlo, por ejemplo puede pensarse en solución con operaciones numéricas, fraccionarios, ecuaciones e inclusive por esquemas gráficos; pero según Piaget, “los ejercicios abstractos llevan a hacer un análisis del contexto que se plantea en el problema”, desde la comprensión del problema, los datos que se presentan y la práctica de prueba - error de los datos con operaciones de relación entre los datos de la situación; la resolución de problemas exige por demás abstracciones a partir de la información que se tiene en la memoria para efectos de los procesos mentales que son reflexivos y con origen en conceptualizaciones matemáticas; estas interrelaciones de ideas en la mente de las personas y tal como lo afirma Arismendi y Díaz (2008) llevan a la sociedad y al hombre a establecer códigos comunes de comunicación para lograr resolver problemas desde el ámbito social de la humanidad.

Para Piaget y García (1982), el inicio de la estructuración del Pensamiento Matemático requiere de operaciones mentales basadas en:

- La clasificación: ejercicio abstracto mediante el cual el individuo logra hacer relaciones en función de las diferentes características de los objetos de acuerdo a semejanzas y diferencias, además se resalta la idea de pertenencia o no pertenencia de un objeto a una clase, grupo o conjunto determinado.
- La seriación: es una operación mental que le posibilita al individuo, a partir de un sistema de referencias, establecer relaciones de comparación entre cada uno de los elementos que

pertenecen a un conjunto con determinadas propiedades, y además lograr ordenarlos según sus diferencias, bien sea en forma decreciente o creciente.

Linares (2018) referencia a Jean Piaget desde su teoría del desarrollo Cognitivo y establece que el pensamiento matemático en los seres humanos es progresivo, ordenado y es posible caracterizar estos momentos de desarrollo del individuo en cuatro etapas denominadas: sensoriomotora, preoperacional, de las operaciones concretas y de las operaciones formales; cada una de estas etapas presenta características predominantes en la estructura mental de los individuos y representa la transición a otra de ellas avanzando de esta manera hacia una forma de pensamiento más complejo; en cada etapa del desarrollo del pensamiento la persona evoluciona en sus estructuras y formas de pensar, estas etapas permiten caracterizar de manera general tanto desde las habilidades propias para cada momento de desarrollo, como también sus transformaciones y forma como se organiza el conocimiento en la mente de las personas; a continuación se presenta en la Tabla 4 las cuatro etapas de referencia, las edades y sus principales características:

*Tabla 4.  
Etapas de la Teoría del Desarrollo Cognoscitivo de Piaget*

Etapa	Edad	Característica
Sensoriomotora Persona activa	Del nacimiento a los 2 años	La persona aprende la conducta propositiva, el pensamiento orientado a medios y fines, la permanencia de los objetos.
Preoperacional Persona Intuitiva	De los 2 a los 7 años	La persona puede usar símbolos y palabras para pensar. Solución intuitiva de los problemas, pero el pensamiento está limitado por la rigidez, la centralización y el egocentrismo.
Operaciones Concretas Persona Práctica	De los 7 a los 11 años	La persona aprende las operaciones lógicas de seriación, de clasificación y de conservación. El pensamiento está ligado a los fenómenos y objetos del mundo real.
Operaciones Formales Persona reflexiva	De los 11 años en adelante	La persona aprende sistemas abstractos del pensamiento que le permiten usar la lógica proposicional, el razonamiento científico y el razonamiento proporcional.

Nota: Adoptado del Desarrollo Cognoscitivo, Linares (2018)

El presente se va a centrar en el pensamiento matemático, para la etapa de operaciones formales (persona reflexiva), la cual se establece para personas de 11 años en adelante, Pedral (2006) desde los conceptos de Piaget afirma que la etapa de operaciones formales empieza aproximadamente a los 11 años y abarca toda la vida de las personas, que esta etapa es fundamental porque el ser humano desarrolla su capacidad mental reflexiva abstracta y se posibilita evidenciar la capacidad del pensamiento matemático de tipo hipotético deductivo, lo cual permite analizar la máxima capacidad de desarrollo de las estructuras cognitivas o mentales de los seres humanos; en esta etapa de Operaciones Formales el ser humano es capaz de resolver problemas de diversas maneras, desde lo deductivo, inductivo e inferencial mediante el uso de operaciones mentales con los diferentes conceptos del Pensamiento matemático, como son los números, unidades de espacio, unidades de tiempo, uso de variables y los principios de incertidumbre.

Reconociendo la conceptualización de pensamiento matemático, el cual evoluciona de manera progresiva, vale la pena citar a Gardner (1995), quien basado en la teoría de Jean Piaget hace énfasis en la importancia del desarrollo del Pensamiento matemático a partir de los procesos de experimentación, en los cuales el individuo explora, indaga y se integra de manera comprometida con el mundo que lo rodea, de tal manera que la persona realiza ejercicios mentales desde el juego de relación con los objetos y la observación particular desde la propia percepción de la persona; la dinámica del juego de la acción que implica el reconocimiento de patrones en el ejercicio de interacción y de la abstracción reflexiva, le permite al individuo diversas posibilidades sensoriales que marcan las características particulares de aprendizaje en relación con el contexto del problema que le plantea la vida al individuo; este ejercicio de experimentación donde se dan las características de prueba – error lo llevan a indagar y profundizar en las posibles soluciones a sus problemas y a apropiarse de los diferentes procesos de desarrollo del pensamiento matemático.

### ***2.1.1. Pensamiento Numérico***

A partir de las teorías de Jean Piaget y de Gardner, el investigador Castañón (2017) afirma que el desarrollo del pensamiento matemático, debe consolidar distintas nociones o conceptos que permiten un dialogo común entre las comunidades y personas, de acuerdo a las relaciones abstractas y mentales que las personas vinculan con los objetos tanto de forma física como lógica, las características o elementos mentales que se convierten en un sistema de comunicación que permite dialogo entre los seres humanos son: los procesos de autorregulación, el concepto de número, las operaciones de comparación, la asignación de roles, el ejercicio de clasificación de los diferentes elementos, las operaciones de secuencias, el comportamiento de los patrones y la distinción de símbolos; cada uno de estos componentes desarrollan en la persona funciones cognitivas que van a derivar en la adquisición de conceptos básicos y concretos en el desarrollo del pensamiento numérico.

### ***2.1.2. Pensamiento Espacial o Geométrico***

Es por esto que la resolución de problemas a partir de los ejercicios de abstracción mental que llevan al individuo a hacer representaciones y abstracciones que se podrían denominar “mentefactos”, como lo plantea Gamboa y Ballesteros (2009), estos mentefactos son similares a los “artefactos” pero que existen en la mente como imaginarios a partir de las figuras y conceptos, sobre lo que percibe el ser humano, estas ideas llevan a la persona a elaborar objetos en la mente de acuerdo a las figuras que percibe, estos elementos abstractos llevan a construir elementos conceptuales que se conocen como formas geométricas, las cuales son herramientas reflexivas que

le permiten al ser humano, resolver problemas diversos a partir de imágenes abstractas que le ofrecen una amplia gama de formas para hacer representaciones de la realidad que percibe; estas abstracciones llevan al ser humano a realizar procesos de modelación y de comunicación con otras personas, para la comprensión y socialización de la resolución de los problemas que enfrentan las personas.

La solución de los problemas de la vida real implica el ejercicio de comprensión del contexto y de todo los elementos que hacen parte del problema, entonces el desarrollo del pensamiento matemático aporta al individuo las diferentes herramientas como son , los números, las unidades de espacio- tiempo, el uso de las variables y los principios de incertidumbre y con ellos uno de los ejercicios mentales más complejos denominado modelo, el cual como lo muestra Nieves y Torres (2013) y Wagner et al (2014) “Un modelo puede percibirse desde un sistema figurativo mental, el cual puede convertirse en un gráfico o una expresión algebraica que intenta ser la representación de la realidad en forma esquemática, para hacerla más comprensible”, la operación compleja y mental de elaboración de modelos es una de las características más avanzadas en el desarrollo de la etapa de operaciones formales; por demás la modelación es uno de los ejercicios mentales de estructuras cognoscitivas más complejos y es uno de los elementos más importantes en el desarrollo del pensamiento espacial o pensamiento geométrico.

### ***2.1.3. Pensamiento Variacional***

El comportamiento de los diversos fenómenos de la naturaleza, han llevado al ser humano a comprender las dinámicas de variación de datos, como por ejemplo, los cambios de temperatura, la velocidad de algún

objeto, el tiempo, crecimiento de una población, entre otros muchos fenómenos , han llevado al individuo y tal como explica Villa (2010) en el desarrollo del pensamiento denominado variacional, el cual están estrechamente ligado a modelos o conceptos matemáticos como son: ecuaciones, expresiones algebraicas, funciones, tasas de variación, entre muchos otros conceptos que permiten caracterizar las variables y las cuales facilitan el desarrollo del estilo propio de razonamiento y de pensamiento, lo cual se denomina pensamiento variacional; (Cantoral y Farfán, 2005; Vasco, 2010) proponen la estructuración del pensamiento variable como el desarrollo mental más importante en la etapa de desarrollo de las operaciones formales, debido a que implica los ejercicios de abstracción mental de la manera más concreta posible en la elaboración de los modelos matemáticos.

Existe un grupo de autores (Mason, Stephen & Watson, 2009), que caracterizan la etapa de Operaciones formales como el momento de desarrollo del denominado pensamiento algebraico, el cual es percibido como habilidad para pasar del análisis mental abstracto del contexto a la estructura y escritura de las ideas, mencionan que es fundamental que los individuos logren identificar las relaciones, estructuras o patrón que permite hacer el registro escrito en símbolos que llevan número, letras, operaciones “expresiones algebraicas y ecuaciones” desde donde se puedan dar interpretación o comprensión del entorno, además Radford (2006) concibe al Álgebra como parte fundamental del desarrollo del pensamiento matemático; como la capacidad de hacer uso de representaciones semióticas para visualizar los diferentes razonamientos por medio de simbolismos alfanuméricos, recursos verbales, gestos o ritmos; desde estas ideas de pensamiento algebraico como desarrollo de los niveles de raciocinio del ser humano, sobre las características que muestran en general las personas mayores de 11 años en la etapa de operaciones formales, Radford (2012).



#### **2.1.4. *Pensamiento Métrico***

De acuerdo con Cantoral, Molina y Sánchez (2005), el término de desarrollo de pensamiento variacional, relacionado con el concepto de número, sumado a los detalles de la fundamentación de las reglas naturales de las matemáticas, se convierte en una herramienta que permite cuantificar y generar conceptos de magnitudes, en los niveles de desarrollo del pensamiento de la persona, la cual desde su percepción da respuesta a las dinámicas de los fenómenos naturales y la relación de la comprensión del mundo que rodea al individuo y con ello mismo se presenta el desarrollo del Pensamiento Métrico.

Los diferentes tipos de pensamientos matemáticos se convierten en el fundamento para dar soporte a las exigencias de la persona ante la solución de problemas de la vida cotidiana y es por ello que el ser humano hace uso de manera integral y hasta holística de todas las herramientas que ha desarrollado desde su experiencia y en sus estructuras mentales; Vasco (2010) quien afirma que “El objeto del pensamiento variacional es la captación y modelación de la covariación entre cantidades de magnitud, principalmente –pero no exclusivamente– las variaciones en el tiempo. Una manera equivalente de formular su propósito rector es pues tratar de modelar los patrones que se repiten en la covariación entre cantidades de magnitud en subprocesos de la realidad”; desde aquí se puede decir que los diferentes tipos de pensamiento matemático se relacionan de manera holística, tal como aquí Vasco lo expresa y resalta la importancia de las unidades de medida o el uso de la métrica, de las representaciones espaciales y su matrimonio con las variables, debido a que los pensamientos sueltos por sí solos no son más que datos, pero al complementarse brindan información en contexto y de esta manera se posibilita al individuo la toma de decisiones.

### ***2.1.5. Pensamiento Probabilístico***

Un elemento importante en el desarrollo del pensamiento matemático, se refiere al comportamiento de los datos y de la información en el entorno, debido a variables que generan niveles de incertidumbre, además del complejo tema de la percepción e interpretación de la información, tal como lo plantea Fischbein (1975), quien valora las abstracciones a partir del ejercicio mental sobre la dinámica de la información desde la manipulación de datos, la naturaleza del origen y dinámica de estos en los diferentes entornos o contextos y desde conceptos de tipo probabilístico y estadístico, debido a que la vida y el entorno del hombre exige el desarrollo del pensamiento a partir de situaciones problemáticas de incertidumbre y del intento que debe hacer el ser humano por interpretar o comprender los fenómenos del mundo circundante, los cuales de una u otra manera responden a principios probabilísticos o de incertidumbre y lleva consigo todo el desarrollo del pensamiento de tipo probabilístico.

### ***2.1.6. Importancia del Lenguaje en el Desarrollo del Pensamiento Matemático***

La interacción dinámica en el ejercicio del pensamiento matemático genera operaciones que cuantifican el entorno y la relación del ser humano, estos ejercicios abstractos llevan al ser humano a estar en continua búsqueda de herramientas conceptuales que le permitan estructurar de mejor manera sus ideas en torno a la resolución de problemas desde diferentes opciones, los autores Cofre y Tapia (2013) resaltan la importancia con el proceso de la comunicación en el establecimiento de códigos o lenguajes de comunicación común del ser humano, de tal manera que le permita tener distintas formas de expresar y comunicar las preguntas, problemas, conjeturas y resultados matemáticos, los cuales no son algo extrínseco y adicionado a una actividad

matemática puramente mental, sino que la configuran de manera intrínseca y radical en las estructuras de las ideas y de lo cognitivo, de tal manera que las formas de expresión y comunicación, se constituyen en la teoría general de la matemática y el lenguaje de comunicación y de referencia común entre los seres humanos.

El profesor Walkowiak (2014) basado en la Teoría General de Sistemas (TGS) de Von Bertalanffy, afirman que la adecuada forma del desarrollo del pensamiento matemático, en la etapa cognitiva de operaciones formales, es desde el enfoque holístico, a partir del cual el ser humano toma los problemas y desde su análisis y comprensión del mismos, realiza una descomposición del problema en sus partes, explora, indaga y prueba cada componente o parte desde las diferentes herramientas que le brinda el conocimiento matemático, como son las propiedades de los conjuntos, de los números, de la métrica, del manejo espacial, desde los principios de incertidumbre y desde las estructuras semánticas de las variables, posibilitándole por una parte, mayor comprensión del mundo que lo rodea y, por otra parte aportar al desarrollo del pensamiento del individuo.

El desarrollo de competencias que se logran a partir de experiencias, desde probar, interpretar, ordenar, integrar, modificar, revisar y practicar habilidades que, en su conjunto, constituyen el pensamiento matemático; el entrenamiento de estas estructuras mentales llevan al individuo a elaborar diferentes tipos de pensamientos matemáticos, como son: numérico, variacional, espacial, métrico, y probabilístico; por otra parte, el pensamiento matemático posibilita la toma de decisiones desde procesos heurísticos como es el caso de: resolución de problemas, razonamiento, comunicación, relaciones, conexiones, y representaciones; las personas evolucionan en su progresión del pensamiento matemático desde el entrenamiento de competencias, como son: razonamiento adaptativo, pensamiento crítico, comprensión conceptual, fluidez procedimental y la

disposición productiva; de esta manera el pensamiento matemático se convierte para las personas, en las herramientas abstractas que le posibilitan interpretar, comprender y hasta resolver las diferentes circunstancias que le propone la vida misma al ser humano.

A manera de conclusión se puede afirmar que el pensamiento matemático está relacionado con el desarrollo de las estructuras y operaciones mentales abstractas que logra adquirir el individuo desde sus procesos de experimentación de ajuste y acomodación de los conceptos que percibe y comprende a partir de las relaciones de los objetos de estudio con el contexto donde se desenvuelve el ser humano y la interrelación con los procesos comunicativos, por medio de símbolos y reglas que le permite, plantear hipótesis y obtener deducciones, a partir de su razonamiento inductivo – deductivo, desde diferentes heurísticas, de esta manera lograr hacer inferencias y poder así comunicar, argumentar y proponer, alternativas de solución a los problemas que le plantea el mundo circundante.

## **2.2. ¿Cómo Medir el Pensamiento Matemático?**

De acuerdo a los lineamientos curriculares y estándares básicos de competencias formulados por el Ministerio de Educación Nacional de Colombia (MEN, 2006), se afirma que tener un adecuado desempeño en pensamiento matemático implica lograr esta competencia a partir de las estructuras mentales en el pensamiento lógico, formal y racional; además el MEN (2006) asumiendo que el pensamiento matemático permite alcanzar habilidades en los diferentes tipos de pensamiento como son el numérico, el espacial, el métrico, el probabilístico y el variacional, evalúa estos cinco tipos de pensamiento matemático para efectos de validar la calidad educativa del país, este ejercicio de evaluación lo realiza el “Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación

Superior” (ICFES)<sup>66</sup>; el ICFES mide los niveles de desempeño de los colombianos tanto del Pensamiento Matemático como de otras áreas del conocimiento, para el caso de la evaluación de Pensamiento Matemático el MEN (2017a), define la prueba de la siguiente manera :

- Pensamiento numérico y los sistemas numéricos, lograr desarrollar esta habilidad exige conocer desde la manipulación y construcción de estructuras mentales las propiedades de los números y dominar progresivamente un conjunto de procesos, conceptos, proposiciones, modelos y teorías en diversos contextos, que permitan armar estructuras cognitivas de los sistemas numéricos útiles para resolver situaciones problemáticas en la vida cotidiana.
- Pensamiento métrico y los sistemas métricos o de medidas, desarrollar los conceptos y unidades propias de este pensamiento conducen al ser humano al ejercicio de la comprensión general de magnitudes y las cantidades, su métrica y la manera de referenciación en el uso de sistemas métricos o de medidas estandarizadas en diferentes contextos.
- Pensamiento espacial y los sistemas geométricos, desarrollar de igual manera o junto con el pensamiento numérico, el pensamiento métrico, el pensamiento variacional, el pensamiento métrico, el cual encuentran en los fundamentos de la geometría euclidiana un lugar privilegiado, y lo ideal es que en la etapa de Operaciones Formales se fundamente este pensamiento en la geometría analítica o espacial.
- Pensamiento aleatorio y los sistemas de datos, esta forma de pensamiento utiliza las reglas de los principios de incertidumbre, los cuales tienen directa relación con la teorización del

---

<sup>66</sup> ICFES: Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación Superior, quien año tras año evalúa el desempeño de los colombianos en diferentes etapas de escolaridad, con el objeto de tener un referente sobre la calidad de la educación en Colombia.

cálculo de probabilidades, el manejo de los datos y finalmente llegar a procesos de inferencia

- Pensamiento variacional y los sistemas algebraicos y analíticos, este pensamiento es fundamental en la estructuración de la etapa de las operaciones formales, debido a que este logra hacer palpable todo el pensamiento abstracto en modelos de escritura en el nivel de expresiones algebraicas o ecuaciones, con el objeto de resolver problemas basados en el estudio de la variación y el cambio, y en la modelación de la vida cotidiana.

Existe una estrecha relación entre los cinco tipos de pensamientos matemáticos, es por ello que tanto las pruebas diagnósticas como las estrategias que se incorporan en procesos de aprendizaje orientados a la resolución de problemas, permiten valorar el desarrollo del pensamiento matemático a partir de diferentes heurísticas que fortalecen los procesos del pensamiento; la Tabla 5 indica los Pensamientos que se evalúan en las pruebas de Calidad denominadas Saber “Evaluar para Avanzar”, y que las realiza cada año el ICFES en Colombia, se resalta que a partir de estos se valora la calidad educativa en el desarrollo de pensamiento matemático en los niveles personales, institucionales y zonales :

Tabla 5.  
Contenidos, Procesos y Contextos del MEN para Desarrollo de Pensamiento Matemático

Contenidos / Pensamientos	Procesos	Contextos / Situaciones en que se aplica la aptitud:
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Numéricos</li> <li>• Métricos</li> <li>• Espacial o Geométrico</li> <li>• Probabilísticos</li> <li>• Analíticos y Algebraicos - Variacional</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Resolución y planteamiento de problemas.</li> <li>• Modelación y simulación</li> <li>• Razonamiento</li> <li>• Comunicación</li> <li>• Elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Personal</li> <li>• Social</li> <li>• Ocupacional</li> <li>• Científica</li> </ul>

Nota: tomado del MEN (2017a)

Además se considera que es importante mencionar que la evaluación del pensamiento matemático formulada por el programa para la evaluación internacional de alumnos, conocida como prueba PISA, busca medir «...una capacidad del individuo para identificar y entender la función que desempeñan las matemáticas en el mundo, emitir juicios bien fundados y utilizar y relacionarse con las matemáticas de forma que se puedan satisfacer las necesidades de la vida de estos individuos como ciudadanos constructivos, responsables y reflexivo» (OCDE, 2019); esta prueba internacional evalúa la capacidad para formular, emplear e interpretar las matemáticas en diversos contextos, la prueba PISA incluye el razonamiento y el uso de conceptos matemáticos, procedimientos, datos y herramientas para describir, explicar y predecir fenómenos, desde los cinco tipos de pensamiento antes mencionados.

Tanto las pruebas del Ministerio de Educación Nacional de Colombia (MEN, 2017a) que las realiza de manera operativa el ICFES, como las pruebas PISA, se fundamentan en las pruebas o Test internacionales de medición del Coeficiente Intelectual (CI) o Coeficiente de inteligencia; los investigadores Kaplan y Saccuzzo (2005) y Wechsler et al (2013), en sus informes, indican las pruebas internacionales que miden el desempeño de los cinco tipos de pensamiento matemático: Numérico, Métrico, Espacial, Aleatorio y Variacional; en las obras de Kaplan y Saccuzzo (2005) y Wechsler et al (2013) se muestran las pruebas de Stanford-Binet , Batería de Kaufman, prueba de Wonderlic, pruebas Woodcock-Johnson, test de Raven, Test WAIS, test Bifactorial, entre otros.

En el tema de la importancia de medir el pensamiento matemático se puede concluir, como la necesidad de evaluar las habilidades que desarrollan las personas a partir de sus capacidades en: la solución de problemas, los niveles de razonamiento, los procedimientos utilizados, los atributos de

comunicación y la elaboración de modelos que den respuesta a las necesidades de los problemas planteados de manera abstracta; el logro de la medición de la habilidad de pensamiento matemático es determinante en el desarrollo personal de los individuos, en las capacidades ocupacionales de las personas y además en la ubicación de científicos que demuestran habilidades sobresalientes para proyectarse en la investigación.

### **2.3. Pensamiento Computacional**

El presente trabajo se va a fundamentar el concepto de pensamiento computacional, como el desarrollo de diferentes habilidades apoyadas por una herramienta didáctica fundamentada en una plataforma de lenguaje de programación de computadores y que este a su vez les permite a las personas formular problemas, de esta manera desarrollar habilidades para posibilitar diferentes soluciones y que estas puedan ser trabajadas y ser compartidas de manera digital y social con otras personas, en efecto de desarrollo de trabajo colaborativo y cooperativo.

La investigadora Jeannette M. Wing, quien además es reconocida en el mundo como la fundadora del pensamiento computacional, en su libro *computational thinking* (Wing, 2014), además de Moreno et al (2019), afirman que el pensamiento computacional es la posibilidad que tienen las personas de proponer soluciones a problemas por medio del uso de plataformas o herramientas, conceptos y ejercicios de la disciplina computacional, basados en elementos como la abstracción, la descomposición, el uso de algoritmos y el ejercicio de las simulaciones, a partir de este concepto se propone el concepto de pensamiento computacional como la competencia o el desarrollo de habilidades, que le permiten al ser humano, resolver problemas a partir de formas de pensamiento desde el enfoque sistémico (Teoría General de Sistemas de Von Bertalanffy, 1976) y con apoyo de



lenguajes computacionales, permitiendo de esta manera una relación entre la abstracción mental de los problemas y el uso de los códigos computacionales, que hacen tangibles las posibles soluciones a las problemáticas de la vida del hombre.

En los trabajos de Wing (2014) y Moreno et al (2019), se proponen las siguientes habilidades que se deben desarrollar en las actividades o experiencias del individuo, para lograr adecuados niveles de desempeño en el pensamiento computacional:

- **Pensamiento crítico:** aquí se quiere desarrollar la capacidad de organizar datos e información de manera lógica, sistémica, poder analizarlos y predecir sus posibles comportamientos en el problema de estudio; Bruni y Nisdeo (2017) y Denning (2017) afirman que esta es la más importante habilidad que facilita el Pensamiento Crítico.
- **Descomposición:** esta habilidad debe permitir dividir los problemas en partes más pequeñas, y desde cada parte o componente dividida, facilitar la solución de cada una de estas para ir escalando a la solución final.
- **Reconocimiento de patrones:** esta forma de pensamiento lleva a las personas a reconocer tendencias del comportamiento de diferentes situaciones, que presentan características comunes y similares, las cuales permiten caracterizar patrones o condiciones idénticas a otras, proceso que desarrolla la capacidad de identificar patrones o tendencias en problemas similares anteriormente resueltos; González y Muñoz (2017), destacan la destreza del reconocimiento de patrones como un fundamento importante en el pensamiento computacional.

- Abstracción y generalización: las personas deben lograr desarrollar la capacidad de comprensión de los problemas a partir de la segmentación de estos (enfoque sistémico) y a partir de esta comprensión en relación a los datos e información poder construir esquemas o modelos que permitan visualizar el problema e inclusive desarrollar simulación del mismo; Valverde, Fernández y Garrido (2015), indican la importancia de la abstracción y la generalización en la estructuración holística del pensamiento computacional.
- Perseverancia y tolerancia a los errores: la experimentación en desarrollo de pensamiento computacional implica el ejercicio de prueba y error, lo cual lleva a las personas a desarrollar niveles de perseverancia y tolerancia a fracasos producidos por los errores en las pruebas de sus desarrollos; además este elemento desarrolla capacidades de resiliencia frente a las diferentes dinámicas que impiden el desarrollo o solución de los problemas, es un ejercicio que conduce a practicar las diferentes opciones y variantes que pueden tener los problemas y evaluar de manera autónoma los resultados; Hitschfeld, Pérez y Simmonds (2015), muestran con éxito el desarrollo del pensamiento computacional, a partir de la habilidad de perseverancia y tolerancia a los errores
- Pensamiento algorítmico: los algoritmos son técnicas ordenadas que permiten resolver problemas y luego posibilitan automatizar los procesos, una persona que desarrolle pensamiento algorítmico tendrá en su memoria reglas, principios y estructuras que le permiten realizar paso a paso de manera ordenada instrucciones, evaluando las diferentes opciones y resolver los problemas con éxito; Chen et al (2017) dicen que este es el principal fundamento del desarrollo del pensamiento computacional

- Creatividad: Esta capacidad motiva a las personas a pensar la solución de los problemas desde todas las aristas o posibilidades existentes en sus imaginarios, lo cual lleva a desarrollar seres humanos innovadores y creativos; Vázquez E. y Ferrer, F. (2015) y Álvarez (2017), muestran las bondades desde las diferentes interacciones del juego y el trabajo colaborativo con Scratch en apoyo al desarrollo de la creatividad y la innovación.
- Colaborar: una de las claves del pensamiento computacional es que el desarrollo de los problemas lleva a generar sinergias de apoyo de manera colaborativa o cooperativa, pues el desarrollo de las soluciones implica diferentes puntos de vista, es por ello que el trabajo en equipo, permite intercambiar y compartir ideas para encontrar mejores soluciones y de mayor impacto.

Uno de los temas educativos visionarios hacia la construcción de ciudadanos del futuro, tiene que ver con las competencias y habilidades que deben desarrollarse en la formación de las personas que exige el mundo actualmente y que den respuesta a las condiciones que depararan en el futuro, es por ello que tanto los informes de Unesco (2015), como pensadores como Zapotecatl J. (2014) y Wing J. (2011) afirman que el pensamiento computacional es una destreza que debe adquirirse en todas las personas, de igual manera que se requieren las habilidades como leer, escribir y la matemática misma; esta es una de las razones por las cuales en el mundo desde hace años atrás aparecen asignaturas académicas de informática o tecnología, cursos académicos incluidos en el currículo que con el pasar del tiempo se han ido transformando desde sus inicios, empezando por la manipulación simple de los computadores, llegando a cursos de programación computacional,

con todas las posibilidades de desarrollo de pensamiento que tare consigo el ejercicio de la programación.

Por otra parte una estrategia para el desarrollo del pensamiento es el juego o la lúdica, la cual es innata en las personas, hacia los años noventa aparece un lenguaje de programación con orientación al juego, con el objetivo de lograr acercar a los niños a las máquinas denominadas computadores, este lenguaje de programación fue generado por la Escuela de Arquitectura y Planificación del Instituto Tecnológico de Massachusetts (MIT), desde su laboratorio de medios, en un principio se llamó LOGO “la tortuga” y se facilitó tanto para plataformas Apple como Microsoft, hoy por hoy y tras su evolución con toda la implementación de infraestructura de redes y de interfaces gráficas, multimedia e internet, este lenguaje evolucionó a lo que hoy se conoce como Scratch; Scratch [Software de Ordenador] (2021); un lenguaje de programación de computadores fundamentado en el juego y con orientación motivacional a los niños; en el desarrollo del presente trabajo el programa de intervención estará mediado por Guías de aprendizaje que se elaboraran mediante el Lenguaje de Programación Scratch.

Una importante preocupación del mundo tal como lo plantean Bers et al (2014) es la motivación desde las etapas escolares a partir de las experiencias de pensamiento computacional, hacia la proyección visionaria de proyectos de vidas enrutados a futuras personas que proyecten sus vidas al desarrollo de profesionales en tecnología e ingenierías, por ejemplo ingeniería en computación, ingeniería de bases de datos, telemática, ingeniería ambiental, ingeniería civil, ingeniería de energías, geología, matemáticas, química, física, entre otras; los autores en mención informan los beneficios que se alcanzan desarrollando metodologías activas y con medios didácticos tangibles mediante el uso de lenguaje de programación Scratch, bajo un enfoque pedagógico, y que redundan

en los niveles de motivación por el acercamiento de los estudiantes al interés de querer profundizar o formarse en profesiones de tecnologías e Ingenierías.

Se puede concluir que el pensamiento computacional, son un conjunto de herramientas que conectadas entre sí que permiten dar solución a los problemas que se le proyecten a los seres humanos, por medio de mediación tecnológica, basada en teorías computacionales, como son la usabilidad de algoritmos, procesos de simulación, la aplicación de la Teoría General de Sistemas, el análisis crítico, a partir de la descomposición de los problemas, desde soluciones parciales, por medio de resultados parciales obtenidos de ensaño de prueba y error, fuerte mente relacionado en el trabajo colaborativo, desde las capacidades creativas de los participantes de la experiencia.

#### **2.4. Investigaciones Relacionadas con Pensamiento Computacional y Pensamiento Matemático**

Querer evaluar el impacto de un programa de intervención basado en pensamiento computacional y la verificación de este programa de intervención sobre si este afecta de manera positiva al desarrollo del pensamiento matemático, lleva a realizar un recorrido por diferentes autores para efectos de revisar diferentes experiencias previas a esta investigación, es por ello que se plantea alternativas para el desarrollo del trabajo, a continuación se citan algunos autores que han desarrollado experiencias con objetos de estudio que se relacionan directamente con la presente investigación, sus ideas y conclusiones se han separado en cinco grupos denominados: 1.Resolución de problemas, pensamiento crítico y algoritmos, 2.Trabajo colaborativo, cooperativo y comunicación, 3.El juego, la motivación y plataformas de programación, 4.Creatividad y

5.Importancia del pensamiento matemático como apoyo al pensamiento computacional; las ideas y conclusiones de los autores de los trabajos revisados se presentan a continuación:

#### **2.4.1. Resolución de Problemas, Pensamiento Crítico y Algoritmos**

Los autores que se mencionan en este apartado, evidencian en sus investigaciones la importancia de las secuencias didácticas que deben practicar y aprender las personas a manera de metodología para la resolución de los problemas, a estas secuencias didácticas bien se pueden denominar como algoritmos en términos de pensamiento computacional, desde la exploración de diferentes tipos de heurísticas o algoritmos, le permiten a los estudiantes resolver los problemas de tipo numérico, geométrico y métrico; los autores coinciden en los diferentes tipos de análisis y diseños que realizan los estudiantes para efectos de la solución de los problemas planteados y que por demás a partir de estos se plantean diferentes escenarios, lo que les permite fortalecer su desarrollo del pensamiento crítico; los autores que han desarrollado trabajos sobre estos argumentos aquí planteados se referencian en la Tabla 6 que se presenta a continuación:

*Tabla 6.  
Estudios Empíricos relacionados con Resolución de Problemas, Pensamiento Crítico y Algoritmos*

Referencia	Población	Objeto de estudio	Método	Resultados/Conclusión
Ordoñez et al (2018)	Estudiantes de Ciencias Exactas, Universidad Laica Eloy Alfaro, Ecuador	Habilidades del Pensamiento Lógico-Matemático en la solución de problemas	Cuantitativo, Cuasi-Experimental	Evalúan factores que intervienen en ambientes de aprendizaje transversal para generar habilidades de pensamiento crítico, a partir de estrategias para la resolución de problemas desde la heurística
Useche P. (2018)	Estudiantes de grados Sextos	Pensamiento Numérico y la resolución de problemas.	Cuantitativo, Cuasi-Experimental	Su trabajo describe los algoritmos como secuencia didáctica a partir de la heurística como

	(Postprimaria), de colegios Públicos de Bogotá, Colombia			posibilidad para que los estudiantes desarrollen competencias en pensamiento numérico.
Centurión J. (2018)	Estudiantes del programa de electrónica de la IESTP, Alemania.	Aprendizaje basado en problemas	Cuantitativo, Descriptivo	Propone guías didácticas basadas en ABP para atender puntualmente el estudio del Álgebra y las funciones
Juárez y Aguilar (2018)	Profesores y Estudiantes de 200 colegios del sector público de México	El método Singapur, propuesta para mejorar habilidades, matemáticas.	Cuantitativo, Descriptivo	El trabajo se desarrolló a partir de la guías y capacitación a los maestros y posteriormente la aplicación en los colegios del método singapur para la resolución de problemas, se resalta que la lúdica, y el nivel de motivación de los estudiantes afectados por el programa, mejoraba considerablemente el nivel de desarrollo de pensamiento matemático
Estrada, Pizarro y Salcedo (2019)	Estudiantes de básica primaria, del sector público de Barranquilla, Colombia	Método Singapur para el desarrollo del pensamiento matemático.	Cualitativo, Descriptivo	Valoran de manera significativa la secuencia didáctica de las guías de aprendizaje como heurística como lo propone Pólya, G en su algoritmo de solución de problemas
Pólya G. (1989)	Estudiantes de preparatoria de New York, EEUU	Secuencia didáctica para resolver problemas con lógica matemática	Cuantitativo, Cuasi-Experimental	Casos de éxito en la resolución de problemas de contexto con implicaciones del pensamiento matemático, bajo la metodología de la secuencia didáctica.
Reyes, Aceituno y Cáceres (2018)	Estudiantes con talento académico de Valparaíso, Chile	Estilos de pensamiento matemático en la resolución de problemas.	Cuantitativo, Descriptivo	Estilos de pensamiento matemático de estudiantes con talento académico”, seleccionan a 100 estudiantes de Valparaíso, a partir de los mejores resultados de la Olimpiada Nacional de Matemáticas de Chile del año 2017.

Díaz J. y Díaz R. (2018)	Estudiantes de Pregrado de Licenciatura en Educación, Universidad pedagógica de la Habana, Cuba	Métodos de resolución de problemas para el desarrollo de pensamiento matemático, basados en la teoría de Poyla.	Cuantitativo, Descripción.	Estrategias heurísticas a partir de guías de aprendizaje que se evalúan en 50 escuelas de la Habana, los resultados de la investigación permiten garantizar que la aplicación de este tipo de heurísticas funciona muy bien en el desarrollo del pensamiento matemático directamente proporcional al compromiso y motivación por parte de los maestros involucrados.
Sánchez S. y Sánchez C. (2018)	Estudiantes de Trece Semestre de Licenciatura en Informática de la Universidad Pedagógica Nacional de Bogotá, Colombia	El Pensamiento computacional como apoyo al pensamiento crítico	Cualitativo, Descriptivo	Desarrollo del pensamiento crítico y computacional en la formación de profesionales en Bogotá – Colombia, se evalúan indicadores como: habilidades de argumentación, análisis de la información, solución de problemas y procesos de autoevaluación; el estudio valora de manera cualitativa el impacto de las personas que tienen medición de herramientas computacionales en la solución de problemas complejos desde el enfoque de pensamiento crítico.
Jáuregui A. (2018)	Estudiantes de primer Semestre de Arquitectura de la Universidad de Pamplona, Colombia	Desarrollo del pensamiento computacional con Scratch	Cuantitativo, Descripción.	Desarrollo del pensamiento computacional mediante Scratch, mejorando significativamente habilidades del pensamiento computacional de los estudiantes.

Nota: Elaboración propia

Estos diez referentes coinciden en sus desarrollos investigativos, en los aspectos de la mediación del desarrollo de aprendizajes a partir de secuencias didácticas o uso de algoritmos, basadas en la



resolución de problemas y que vinculen emocionalmente a los estudiantes participantes en la solución de las situaciones problémicas, resaltando la importancia de las alternativas de solución que ofrecen las personas en cada circunstancia planteada, que se defienden desde las capacidades argumentativas de los estudiantes; los detalles presentados por estos diez referentes dan orientación al desarrollo del programa de intervención propuesto en la presente investigación, el cual se fundamenta en el desarrollo semanal de guías con secuencia didáctica, las cuales buscan la solución de situaciones problemas de manera que los estudiantes participantes al finalizar cada semana argumentan sus alternativas de solución desde la manipulación de las herramientas que ofrece el Software Scratch y los elementos de este medio facilitado por el pensamiento computacional.

#### ***2.4.2. Trabajo Colaborativo, Cooperativo y Comunicación***

Una de las características fundamentales en el desarrollo del pensamiento computacional es el trabajo colaborativo y cooperativo entre pares, la comunicación entre éstos tanto para solucionar los problemas como para dar a conocer las soluciones propuestas a la comunidad en general, los autores que se referencian a continuación, concluyen que el desarrollo del pensamiento computacional se ve favorecido por el trabajo apoyado entre pares o similares, es por esta razón que en sus experiencias proponen desarrollo de actividades en equipos de tres, cuatro y hasta cinco personas para la resolución de problemas con apoyo de herramientas computacionales, por otro lado los lenguajes de programación en sí mismos traen consigo sistemas de comunicación que desafían a los equipos de trabajo, para efecto de que las personas participantes se coloquen de acuerdo y optimizar así las soluciones que encuentran en equipo de trabajo, estas ideas llevan a los estudiantes a mejorar sus interacciones y niveles de comunicación; los autores que se mencionan a continuación en la Tabla 7, presentan experiencias éxito en este tema planteado:

Tabla 7.

*Estudios Empíricos relacionados con Trabajo Colaborativo, Cooperativo y Comunicación*

Referencia	Población	Objeto de estudio	Método	Resultados / Conclusión
Castañó L. (2018)	Estudiantes de Primer semestre de Química de la Universidad de Medellín, Colombia	Resolución de Desafíos lógico matemáticos	Cualitativo, Descriptivo	Caracterización de las posibles dificultades que presentan los estudiantes a partir de la motivación; su trabajo evalúa de manera cualitativa las principales estrategias desde el método de aprendizaje basado en problemas (ABP) y el trabajo colaborativo – cooperativo
Ramírez Y. (2019)	Estudiantes de Primer semestre de Ingeniería de Sistemas, de la Universidad Pedagógica y Tecnológica de Duitama, Colombia	Estrategias didácticas basadas en tecnologías para la resolución de problemas lógico – matemáticos.	Cuantitativo, Cuasiexperimental	Propone guías de aprendizaje mediadas por lenguajes de programación Scratch, para mejorar la competencia comunicativa, promueve en el uso de la guía, el trabajo colaborativo y la socialización de resultados a partir de la argumentación.
Romero A. (2019)	Estudiantes de primer semestre de Ingeniería Civil de la Universidad Católica de Perú.	Desarrollo del pensamiento métrico y espacial, por medio del software GeoGebra, bajo metodologías Cooperativas y Colaborativas.	Cualitativo, Cuasi-experimental	Valora los niveles de pensamiento espacial; resalta una caracterización de población de estudio compleja en su contexto social y la experiencia rescata el buen y armonioso ambiente que genero el trabajo con GeoGebra y su trabajo cooperativo.
Morales y Rubio (2019)	Estudiantes de pregrado de arquitectura de la Universidad Católica de Lima, Perú.	La argumentación como herramienta de desarrollo del pensamiento geométrico.	Cualitativo, Descriptivo	Relación entre desarrollo del pensamiento matemático, el lenguaje y la mediación digital; el proyecto surge como una necesidad de mejorar las didácticas de procesos de enseñanza, el desarrollo de la experiencia busca que los estudiantes exploren y desarrollen sus procesos de razonamiento

				deductivo, crítico y reflexivo; como mediación computacional se utilizó GeoGebra.
Sánchez M. (2019)	Maestros de colegios Públicos de Lima, Perú.	Desarrollo del pensamiento con apoyo de tecnologías.	Cuantitativo, Cuasi-experimental.	Pensamiento Computacional como estrategia didáctica de los docentes, un algoritmo en la solución de problemas, finalmente mediante herramientas inferenciales como Alfa de corbach, U de Mann – Whitney se encontró que los maestros mejoran su proceso de enseñabilidad con herramientas de Pensamiento Computacional.

Nota: Elaboración propia

Las cinco investigaciones aquí referenciadas coinciden en la importancia del trabajo colaborativo y cooperativo como uno de los fundamentos para el desarrollo de pensamiento computacional, para validar sus argumentos hacen uso de las aplicaciones GeoGebra<sup>7</sup> y Scratch, además mencionan que las poblaciones de sus estudios tienen características complejas en la relación de tipo social y las experiencias indican un significativo mejoramiento en los niveles de relación entre los estudiantes, lo cual se logra desde el desarrollo de la competencia comunicativa y argumentativa a partir del trabajo en equipo; finalmente estos autores muestran la importancia de la argumentación de las personas apoyadas desde la percepción visual y el desarrollo de su proceso argumentativo deductivo; estas ideas generan especial interés en las características que ofrece el desarrollo del pensamiento computacional y es por ello que la presente investigación quiere evaluar su respectivo impacto en el desarrollo del pensamiento matemático.

---

<sup>7</sup> GeoGebra es un software matemático interactivo de libre uso, orientado a la educación y el desarrollo del pensamiento matemático, ofertado para colegios y universidades.

### 2.4.3. El juego, la motivación y las plataformas de programación

El juego o la lúdica, mediados por plataformas digitales, como es el caso de scratch, son claves en el desarrollo del pensamiento computacional, tal y como lo muestran algunos autores en sus informes de trabajos de investigación, como los que se referencian a continuación en la Tabla 8:

Tabla 8.

*Estudios Empíricos relacionados con el juego, la motivación y las plataformas de programación*

Referencia	Población	Objeto de estudio	Método	Resultados / Conclusión
Bermúdez S. (2018)	Estudiantes de último curso de bachillerato de Ibagué, Tolima, Colombia	Metodologías para el desarrollo del pensamiento matemático, desde la solución de problemas lúdicos.	Cualitativo, Descriptivo	Estrategias metodológicas para el desarrollo de pensamiento lógico matemático en la resolución de problemas tipo saber del componente Geométrico – Métrico, desde la manipulación de objetos concretos espaciales, como tangram, cubo de soma, sudokus, y rompecabezas; su investigación de basa en el entrenamiento, a partir de la prueba, error y la didáctica del juego; valora la lúdica y la manipulación de herramientas concretas como estrategia para aumentar la motivación y promover el desarrollo del pensamiento.
Brito, López y Parra (2019)	100 centros escolares de México	Planeación de didácticas para la resolución de problemas de tipo lógico-matemático	Cualitativo, Descriptivo	Usabilidad de herramientas didácticas lúdicas y capacitación de maestros, como apoyo al desarrollo del pensamiento lógico – espacial, baso sus guías de aprendizaje en herramientas: tangram, cubo de soma, cubo de Rubik, sudokus, ábacos, triángulos pitagóricos , la oca y ajedrez, convirtiendo las

				guías y las herramientas como un laboratorio lúdico matemático; el trabajo concluye con la reflexión sobre la importancia de las dinámicas que surgen desde el juego en el aprendizaje colaborativo, como estrategias para construir pensamiento y sociedad.
Muñoz y Gómez (2019)	Estudiantes de la IE Navarro y Donald Rodrigo Tafur de la ciudad de Cali – Colombia	Laboratorios de matemáticas como medio para la enseñanza de la matemática.	Cualitativo, Descriptivo	Desarrollo de guías de aprendizaje mediadas por herramientas didácticas como el ábaco, el tangram, los cubos de soma y video juegos de computador para el desarrollo de la lógica; el informe valora el juego, el trabajo colaborativo y la solución de problemas como elementos fundamentales en la construcción de pensamiento matemático.
Erazo N. (2018)	Niños de 5 años de Huaraz, Perú	Empleo de bloques lógicos para el desarrollo del pensamiento lógico – matemático.	Cualitativo, Descriptivo	Valoración de los elementos de Observación, Clasificación, Seriación y ordenamiento, desde la solución de problemas a partir de la manipulación de las figuras; esta investigación sobre la manipulación, la ejercitación y la experimentación de objetos concretos, permite verificar las la estructuración del pensamiento a partir de los cuatro elementos planteados en la teoría de Piaget, para la formación del pensamiento
Álvarez et al (2019)	Estudiantes de últimos grados de bachillerato de Lima, Perú.	La gamificación como estrategia para el desarrollo del pensamiento lógico – matemático.	Cuantitativo, Cuasi- experimental.	Esta investigación indaga el apoyo que ofrece la gamificación en el desarrollo del pensamiento crítico a partir del trabajo colaborativo y las habilidades comunicativas de los estudiantes.
Martínez y Gualdrón (2018)	Estudiantes de grado noveno, niños	Fortalecimiento del pensamiento variacional, por	Cualitativo, Descriptivo	Resalta dos elementos importantes la intervención de género y el grado de motivación

	entre los 14 y 17 años, del colegio Juan de Atalaya de Colija del municipio de Cúcuta – Colombia	medio de herramientas TIC		de estudiantes que fueron afectados por herramientas TIC, el trabajo muestra significativas mejoras en la evaluación de pruebas externas, al final concluye que la percepción de los estudiantes frente a la motivación hacia el aprendizaje de las matemáticas.
Coronell y Lima (2020)	Estudiantes de bachillerato de San Luis, Argentina	Impacto del pensamiento computacional en el desarrollo del pensamiento	Cualitativo, Descriptivo	Proponen enfoques pedagógicos que demandan cambios en currículo, así como la necesidad de la formación de maestros comprometidos con nuevos paradigmas, presentan la forma como el individuo desarrolla el pensamiento basado en las teorías de Jean Piaget, pero además incluye el Pensamiento Computacional, promoviendo el estudio de lenguajes de programación de tipo educativo como Logo para aportar al desarrollo del pensamiento.

Nota: Elaboración propia

Los anteriores siete informes de investigación se establecen como referentes al desarrollo del presente proceso investigativo, por cuanto en ellos se establecen momentos de estructuración del pensamiento mediante las operaciones de abstracción que se dan a partir de las acciones de posibilita el juego, tal y como Piaget los denomina en su teoría: observación, clasificación, seriación, patrones y ordenamiento; para este efecto los investigadores indagan sobre el apoyo al desarrollo del pensamiento computacional a partir del juego y mediado por artefactos bien sea físicos o digitales como por ejemplo: tangram, cubo de soma, sudokus, rompecabezas, cubo de Rubik, ábacos, triángulos pitagóricos, juego de la oca, ajedrez y algunos juegos digitales; los investigadores referenciados valoran el entrenamiento a partir de la experimentación de prueba y

error con objetos concretos; finalmente el objetivo que persiguen los investigadores es mejorar la motivación por el desarrollo del pensamiento lógico – matemático a través del juego y como lo registran sus informes las experiencias son exitosas, postulándose como importantes referentes al desarrollo de la presente investigación.

#### **2.4.4. La Creatividad**

Los autores referenciados en este aparte, asumen el concepto de creatividad como la habilidad del ser humano para crear cosas, que pueden ser objetos físicos, ideas, representaciones o simplemente fantasías o imaginarios irreales; desarrollar la habilidad de la creatividad en las personas es un tema complejo y lograr relacionar el tema de la creatividad con del desarrollo del pensamiento matemático es un tema que algunos autores han explorado como se informa a continuación en la Tabla 9, desde los siguientes informes investigativos:

*Tabla 9.  
Estudios Empíricos relacionados con La Creatividad*

Referencia	Población	Objeto de estudio	Método	Resultados / Conclusión
Ramos, Hidalgo y Fernández (2019)	Niños de educación básica primaria, de Lima, Perú	Desarrollo de la creatividad en niños, mediado por TIC	Cuantitativo, Cuasiexperimental	Se exploran los niveles de creatividad a partir del juego y trabajo colaborativo a través de la programación de computadores con Scratch se mide la capacidad de pensamiento computacional, y determinan que el 91 % de los estudiantes logran un nivel medio del pensamiento computacional y la creatividad, mientras que el 9 % un nivel bajo.

Bustamante y Balarezo (2019)	Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas Guancayo, Perú	Desarrollo de la creatividad mediante tecnologías basadas en Gaming,	Cualitativo, Descriptivo	Estrategia para formular cuestionarios con preguntas por competencias con opciones de selección múltiple, resaltando que cada pregunta les plantea a los estudiantes realizar retos o tareas en equipos colaborativos, desde los contenidos del curso de nivelación de matemáticas.
Galvis, Abasolo y Blanca (2019)	Estudiantes de ingeniería Mecatrónica de la Universidad Católica de Lima, Perú	La realidad aumentada como herramienta para el desarrollo de la creatividad	Cualitativo, Descriptivo	Se resalta de manera positiva la mediación con tecnologías como los objetos de aprendizaje enriquecidos con Realidad Aumentada (RA), el trabajo colaborativo y las estrategias comunicativas como buenas estrategias metacognitivas para la construcción del pensamiento computacional
Segura et al (2019)	Estudiantes de educación a distancia en programas de licenciatura de la Universidad abierta y a distancia de Colombia (UNAD)	Implicaciones del pensamiento computacional como apoyo al desarrollo de la creatividad	Cualitativo, Descriptivo	Presenta las habilidades que requieren las personas del futuro en la solución y toma de decisiones, a partir de allí menciona las bondades para el sistema educativo, por lo mismo promueve la inclusión del pensamiento computacional en el currículo.
Valverde, Fernández y Garrindo (2019)	Estudiantes de primer semestre de la Universidad abierta y a distancia (UNAD) de Colombia	Las nuevas tecnologías de aprendizaje, mediadas por TIC.	Cualitativo, Descriptivo	Caracterización de las habilidades de pensamiento que requiere el mundo, por ello promueve el enfoque de insertar en los contenidos curriculares del sistema educativo herramientas de algoritmia, lenguajes de programación, herramientas computacionales, para efectos de mejorar el modelo social y constructivista de aprendizaje



Moreno N. (2019)	Estudiantes de primer semestre de ciencias básicas de la Fundación Universitaria panamericana	STEAM y desarrollo del pensamiento en los estudiantes	Cualitativo, Descriptivo	evalúa el aporte de STEAM al desarrollo de pensamiento crítico, a partir de grupos experimentales en diferentes universidades latinoamericanas. con el objetivo de desarrollar el pensamiento que requieren las generaciones futuras, desde el enfoque de los problemas, motivación por el uso de la tecnología, comunidades de aprendizaje, aprendizaje integrado y holístico, trabajo cooperativo y maneras de comunicación asertiva.
Bordignon e Iglesias (2020)	Estudiantes de últimos grados de secundaria de Buenos aires de Argentina	El apoyo del pensamiento computacional a la creatividad	Cualitativo, Descriptivo	Construcción de una guía metodológica para el sistema educativo argentino, facilitando conceptos, actividades y herramientas para incluir en los contenidos curriculares del espacio de pensamiento computacional, el texto explica de manera didáctica diferentes metodologías de trabajo para abordar con estudiantes los problemas en el mundo digital.
Roncoroni et al (2020)	Estudiantes de primer semestre de Arquitectura, Italia	El pensamiento computacional como apoyo al desarrollo del pensamiento espacial y métrico.	Cualitativo, Descriptivo	Evaluación de la inmersión de los estudiantes en campos del pensamiento computacional, pero que no se debe dejar de lado el componente humano y la relación con la vida misma, puesto que desde STEM se corre el riesgo de desligar esta fundamental dimensión de la vida misma y además se plantean retos desde el pensamiento Computacional hacia los campos de la economía, la cultura, la comunicación y las relaciones sociales

García R. y García C. (2020)	Estudiantes de Bachillerato de Manabi, Portoviejo, Ecuador	Steam como metodología de desarrollo de la creatividad	Cualitativo, Descriptivo	“Metodología STEAM y su uso en Matemáticas para estudiantes de bachillerato en tiempos de pandemia Covid-19”, se evidencia: cómo se puede fundamentar a los estudiantes en Matemáticas, Ciencias y Tecnología; de esta manera se promueve el interés positivo para que las personas estudien profesiones que se relacionen con STEAM
STEAM Colombia (2019)	Estudiantes de primer semestre de ingeniería de la Universidad de los Andes, Bogotá, Colombia	Apoyo de la matemática a ciencia, tecnología e Ingeniería, Test de habilidades matemáticas y creatividad	Cualitativo, Descriptivo	presenta un informe de sus estudios desarrollados a partir del año 2017, sus desarrollos se hacen con estudiantes de Colegios, Universidades y profesionales de carreras de Ingeniería de Colombia, Steam es una fundación que trabaja como potenciador de talento humano en las dimensiones de Ciencias, Tecnología, Ingeniería y Matemáticas.

Nota: Elaboración propia

Estas diez investigaciones aquí referenciadas, convergen y concluyen en que las personas necesitan ser retadas o desafiadas a partir de las capacidades, que los mismos seres humanos tienen y que cuando se les presenta problemas retadores desafiantes y significativos en sus contextos, las personas desde una adecuada orientación por medio de guías de aprendizaje y acompañamiento por parte de maestros y un adecuado trabajo colaborativo, logran mejorar de manera significativa niveles de creatividad los cuales son progresivos y que se apoyan en el pensamiento matemático.

Además, los autores referenciados valoran de manera significativa las posibilidades que ofrecen las plataformas digitales para el desarrollo de problemas de tipo numérico, métrico y geométrico, debido a que estos permiten la construcción de esquemas mentales abstractos que le permiten a las

personas proyectar nuevas formas de ver los problemas y sus respectivas soluciones, por estos detalles estos investigadores validan la importancia del desarrollo de la creatividad apoyada en el trabajo colaborativo y conciben a la ciencia, tecnología y matemáticas como herramientas necesarias para el desarrollo de personas creativas, que necesita el mundo futuro; por estas razones aquí argumentadas, estos referentes apoyan el proceso de intervención basado en pensamiento computacional en aras de construcción de nuevas alternativas para el mejoramiento del habilidades del pensamiento matemático.

#### ***2.4.5. Importancia del Pensamiento Matemático como Apoyo al Pensamiento Computacional***

Referenciando la investigación de Denning (2017), quien muestra la importancia de formar personas con habilidades en pensamiento matemático, como efecto de lograr en el futuro personas altamente creativas e innovadoras, con habilidades para convertirse en buenos programadores, lo cual es una necesidad del mundo, tal y como se muestra en su informe, por demás se presentan cuatro referentes adicionales que presentan los resultados de sus experiencias en el tema de apoyo del pensamiento matemático al desarrollo del pensamiento computacional, como se muestra a continuación en la Tabla 10:

*Tabla 10. Estudios Empíricos relacionados Importancia del Pensamiento Matemático como Apoyo al Pensamiento Computacional*

Referencia	Población	Objeto de estudio	Método	Resultados / Conclusión
Denning (2017)	Universidades de los Estados	El Pensamiento matemático como	Cuantitativo, Descriptivo	Referencian datos de compañías como Google y Amazon, resaltando los conocimientos

	Unidos, en los campos de formación de Ingenierías	apoyo al Pensamiento Computacional		y habilidades en el Pensamiento Matemático, que requieren las personas para trabajar en estas compañías, como son: Crear y revisar modelos computacionales. Simular fenómenos. Diseñar dispositivos Aplicar todo su conocimiento de Pensamiento matemático en sus desarrollos. Demuestran capacidad de innovación y creatividad
Martínez J. (2018)	Estudiantes de Ingeniería de Sistemas de la Universidad de los Andes, Bogotá, Colombia	El apoyo del pensamiento matemático al pensamiento computacional.	Cualitativo, Descriptivo	entre los dos tipos de pensamiento existe una simbiosis de apoyo mutuo, el pensamiento computacional usa al pensamiento matemático y viceversa, para sus fines de solución de problemas complejos, algunos de los cuales requieren si o si de este matrimonio o simbiosis entre estas dos formas de pensamiento.
Wing (2014)	Sistema Educativo de los Estados Unidos	STEM, Desarrollo del Pensamiento Computacional	Cuantitativo, Cuasi-Experimental	Informe de 10 años de investigaciones en los Estados Unidos, sobre la experiencia de desarrollar Pensamiento Computacional como apoyo para la Resolución de problemas
Wólfram (2018)	Estudiantes de Física, de la Universidad de Cambridge, EEUU	Aporte de las matemáticas al pensamiento computacional	Cuantitativo, Cuasi-Experimental	Impacto del pensamiento matemático a las teorías de grafos apoyadas por sistemas de pensamiento computacional.
Bruni y Nisdeo (2017)	Niños de educación inicial de los Estados Unidos	Programación de robots como mediación del desarrollo del pensamiento.	Cualitativo, Descriptivo	Desarrollo de la creatividad a partir de algoritmos de programación aplicados a robots y la solución de problemas de robótica computacional y lenguaje de programación Scratch.

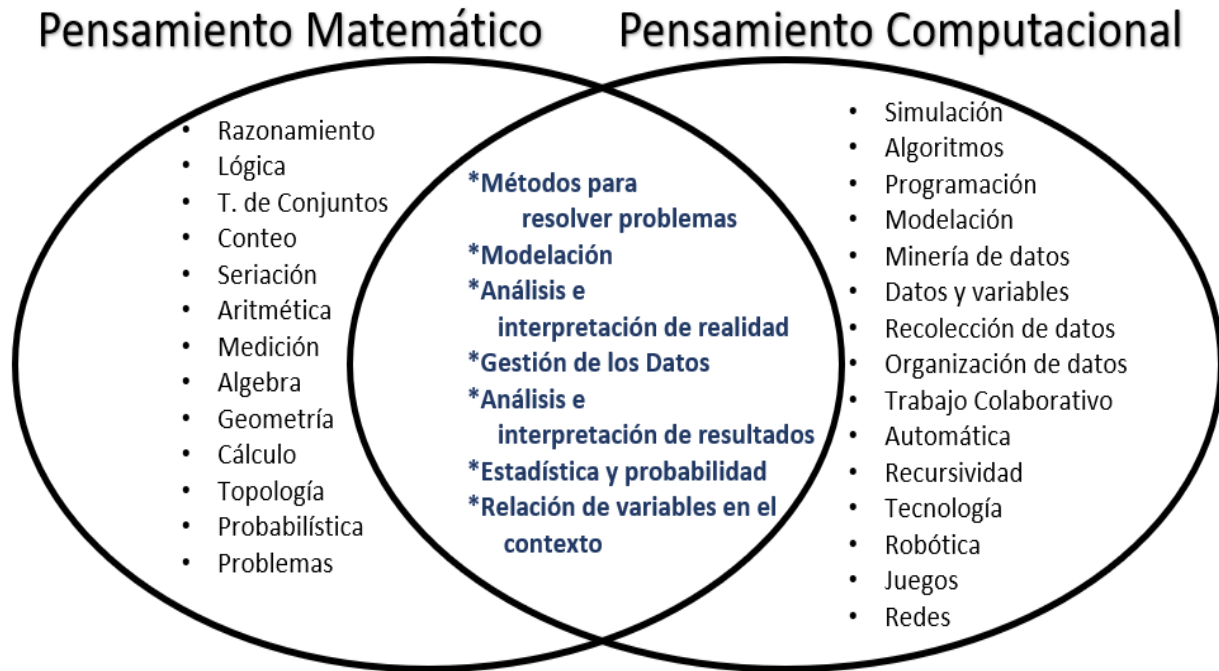
Nota: Elaboración propia

Estos cuatro referentes investigativos apoyan la propuesta del informe de Denning (2017), quien expresa la urgente necesidad que las empresas requieren en las habilidades necesarias de profesionales que se requieren en el futuro, que por demás deben ser personas capaces de crear las soluciones que demande el mundo; como principio se registra que existe una urgente necesidad de desarrollar habilidades en el pensamiento matemático en a las personas en edad escolar, de tal manera que logren conceptualizaciones en temáticas como:

- Conocimiento de principios y reglas algebraicas
- Diestros en los temas de análisis
- Funciones: lineales, no lineales, exponenciales, logarítmicas
- Principios de incertidumbre, aleatoriedad, probabilidad y estadística.
- Geometría

En la Figura 3, se visibiliza la relación de importancia entre el pensamiento matemático y el pensamiento computacional, como lo refieren estos autores mencionados aquí y basados en la propuesta de Denning (2017), el cual presenta unos detalles de relevancia de fundamento desde el pensamiento matemático hacia el pensamiento computacional.

Figura 3. Pensamiento Matemático y Pensamiento Computacional



Nota: Elaboración propia

Desde las robustas empresas de programación como Google y Amazon, tal y como lo menciona Denning (2017), se resalta que las personas con los conocimientos y habilidades en el Pensamiento Matemático, demuestran capacidad para:

- Crear y revisar modelos computacionales.
- Simular fenómenos.
- Diseñar dispositivos
- Aplicar todo su conocimiento de Pensamiento matemático en sus desarrollos.
- Demuestran capacidad de innovación y creatividad.

Por último, indicar que las cinco investigaciones aquí relacionadas valoran el apoyo significativo que brinda el pensamiento matemático a los temas objeto de estudio de los autores, es por ello que en los desarrollos de las referencias revisadas se evidencia claramente el fundamento que brindan las habilidades y pensamiento matemático hacia los elementos claves del desarrollo del pensamiento computacional, pero ninguna de las investigaciones o referencias revisadas muestra resultados cuantitativos del soporte o apoyo que ofrece la experimentación en pensamiento computacional hacia el desarrollo del pensamiento matemático, tema de interés que mueve a la presente investigación.

Es importante intentar establecer el tipo de relación entre pensamiento matemático y pensamiento computacional, en esta dirección Martínez J. (2018), en su tesis de “Relación entre pensamiento computacional y pensamiento matemático”, establece que, entre los dos tipos de pensamiento existe una simbiosis de apoyo mutuo y tanto el pensamiento computacional usa al pensamiento matemático, como el pensamiento matemático utiliza al pensamiento computacional para la solución de problemas complejos, algunos de los cuales requieren necesariamente de este matrimonio o simbiosis entre estas dos formas de pensamiento, al respecto la Figura 3, indica algunos elementos de relación.

Teniendo en cuenta el concepto de Wing (2014); Moreno et al (2019), quien afirma que el pensamiento computacional es la posibilidad que tienen las personas de proponer soluciones a problemas por medio del uso de plataformas, conceptos y ejercicios de la disciplina computacional, basados en elementos como la abstracción, la descomposición, el uso de algoritmos y el ejercicio de las simulaciones; se quiere desarrollar un programa de intervención fundamentado en los

principios de Pensamiento Computacional y por demás verificar si la experiencia mejora los cinco tipos de pensamiento matemático: numérico, geométrico, métrico, variable y probabilístico.

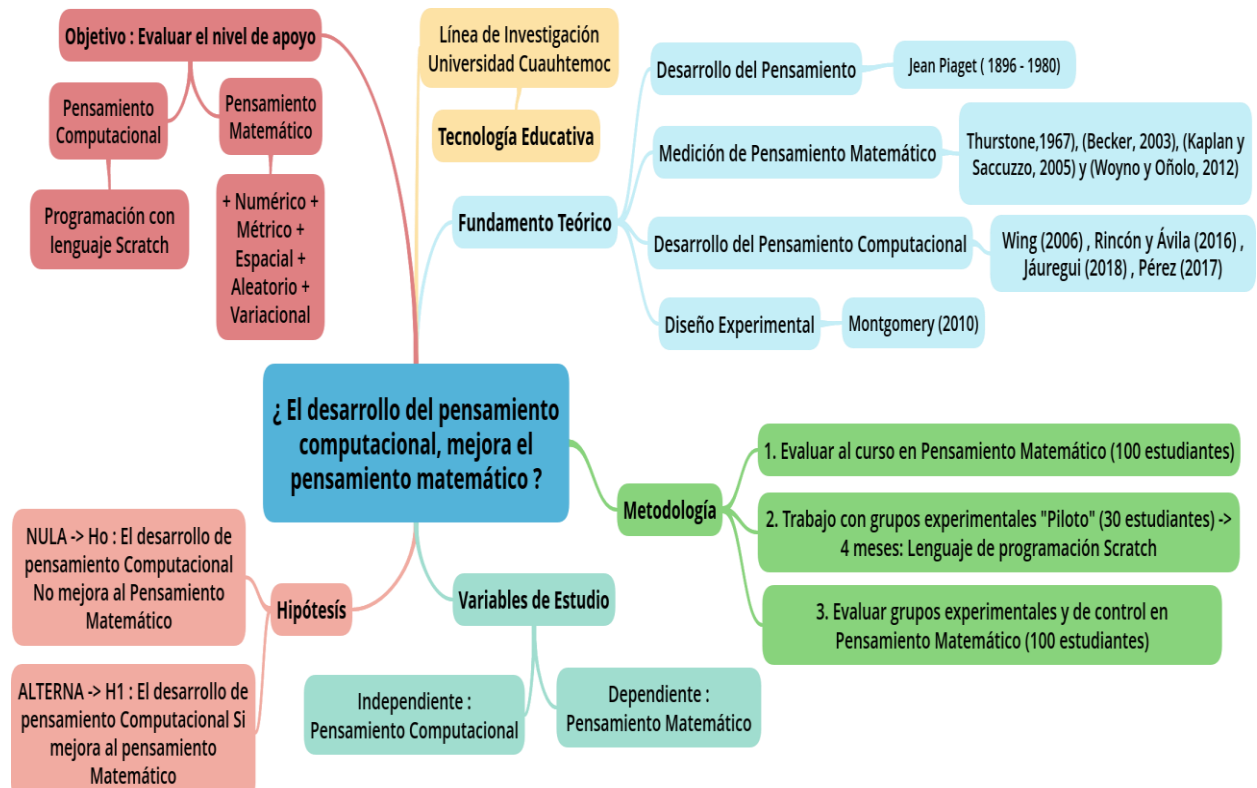
Se finaliza el capítulo tres, argumentando las más de 30 investigaciones que se referencian en este capítulo, permiten ofrecer soporte para fundamentar el trabajo investigativo que se realizó y se presenta en este informe investigativo, con las características particulares del contexto debido a las condiciones de la muestra de estudio y la afectación por la coyuntura por emergencia sanitaria debida a Covid 19. estos referentes permitieron por una parte aplicar detalles que se mencionan en sus procesos investigativos, en el programa de intervención fundamentado en pensamiento computacional mediante el software de programación Scratch, por otra parte, se midieron las habilidades matemáticas de la muestra de estudio, mediante los test de Stanford-Binet y Wechsler.



### **3. Estrategia del Trabajo Investigativo**

La estrategia que se utilizó para desarrollar el trabajo investigativo, es lo que se considera como el método, es por este motivo que aquí se registra la pregunta orientadora que dinamiza el proceso de indagación, el objetivo del estudio, la hipótesis propuesta, la metodología utilizada, indicando la muestra seleccionada y la forma de trabajo, en este aparte se da idea del escenario del proceso elaborado, también se muestran las variables de estudio, los instrumentos de medición, el tratamiento de la información y el tipo de análisis empleado, así mismo el tratamiento ético de los datos y de las personas que participaron en el la experiencia, para la elaboración del trabajo se presentan las ideas que se registran en la Figura 4. y que se describen a continuación:

Figura 4. Esquema del Desarrollo de la Investigación



Nota: Elaboración propia

### 3.1. Relación entre Pensamiento Computacional y Pensamiento Matemático

El *objetivo principal* fue evaluar el nivel de pensamiento matemático a través de una intervención en habilidades computacionales en jóvenes de la Institución Educativa Santo Domingo Savio de Chinchiná (Caldas-Colombia) y comparar las habilidades del pensamiento matemático mediante pruebas pareadas, para identificar si existe alguna mejoría en dicho pensamiento, de esta manera dar respuesta a la pregunta de investigación ¿El desarrollo del pensamiento computacional, mejora el pensamiento matemático?

Los *objetivos específicos* que se desarrollaron fueron:

- Diseñar un programa de intervención a través del lenguaje de programación Scratch, para el desarrollo de habilidades en el pensamiento computacional.
- Aplicar el programa de intervención al grupo experimental de estudio, para inferir si existe o no, mejora en el pensamiento matemático.
- Identificar el nivel del pensamiento matemático del grupo experimental y del grupo de control, en muestreos de los años consecutivos 2020 y 2021; mediante la aplicación de Pre-Test y Post-Test, para medir las habilidades de pensamiento computacional de la muestra de estudio.
- Correlacionar los resultados de los Pre-Test y Post-Test, para establecer si existe mejora significativa en los grupos investigados.

### **3.2. Causa & Efecto**

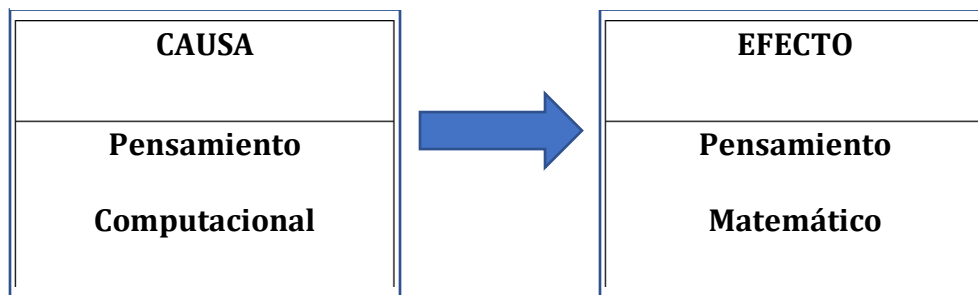
A partir de las posibles relaciones de causalidad y desde la hipótesis proyectada, se plantea el programa de intervención, como el desarrollo de los principales elementos de habilidades del pensamiento computacional y es por ello que se propone este proceso como el que dinamizara o causara movilidad bien sea hacia la mejora o no mejora del pensamiento matemático, en el cual se valorara el efecto causado, es por ello que se plantean como variables:

- Variable Independiente (causa): Pensamiento computacional.
- Variable Dependientes (efecto): Pensamiento matemático.

La variable dependiente denominada Pensamiento Matemático, a su vez se subdividirá en cinco opciones: Pensamiento Numérico, Pensamiento Espacial, Pensamiento Métrico, Pensamiento variacional y Pensamiento Probabilístico.

La Figura 5, indica la relación de causalidad y efecto entre pensamiento Computacional y Pensamiento Matemático.

*Figura 5. Relación de variables de estudio*



Nota: Elaboración propia

Operativamente, el desarrollo del programa de intervención junto a la observación de los resultados en las pruebas de desempeño del pensamiento matemático, permiten como lo plantea Babbie (2014), correlacionar ambas variables para comprobar o refutar la hipótesis planteada en el experimento.

### **3.3. El Pensamiento Computacional Sí Mejora al Pensamiento Matemático**

El trabajo de indagación, llevo al autor a proponer la Hipótesis de “El desarrollo de habilidades en el pensamiento computacional mejorará considerablemente el pensamiento matemático en jóvenes de la I.E. de Santo Domingo de Chinchiná (Caldas-Colombia)”

Para efectos del estudio se plantearon las siguientes **Hipótesis**:

**Hipótesis Nula** (Ho): El desarrollo del pensamiento computacional No necesariamente mejora el pensamiento matemático.

**Hipótesis Alterna** (Ha): El desarrollo del pensamiento computacional mejora el pensamiento matemático.

### **3.4. Los Adolescentes de grado Octavo de la Institución Educativa Santo Domingo Savio de Chinchiná**

#### **3.4.1. Población de estudio**

La población de estudio de la presente investigación son los estudiantes de la Institución Educativa Santo Domingo Savio de Chinchiná, quienes en el año 2020 se registraron 2100 estudiantes y para el año 2021, estuvieron matriculados 2156 estudiantes; estas personas pertenecen a familias que habitan el Municipio de Chinchiná (Caldas – Colombia) y de acuerdo a sus

características socio-demográficas están ubicadas en estrato socio-económico <sup>8</sup> 1, 2 y 3 de su lugar de residencia.

### ***3.4.2. Actores del estudio - Muestra***

Para el desarrollo de esta investigación se tomó una muestra de 100 estudiantes de grado octavo, los cuales se separaron en dos grupos, uno denominado experimental de 30 estudiantes y otro denominado de control con 70 estudiantes, el ejercicio de experimentación se realizó en dos periodos de tiempo, uno en el año 2020 y otro en el año 2021; al grupo experimental se le aplicó un programa de intervención en el cual se realizó la experiencia de pensamiento computacional (variable independiente), mediante el desarrollo de 16 guías de aprendizaje mediadas con lenguaje de programación Scratch (ver anexo B), las cuales son orientadas por el investigador quien además es el docente de los estudiantes en la institución educativa objeto de estudio.

### ***3.4.3. Razones de los Actores de la Muestra de Estudio***

Para la selección de los grupos tanto experimental como de control, se aplicará la técnica de Muestreo No probabilístico Intencionado como lo propone Cuesta (2009). las razones por las cuales se da este tipo de selección muestral son tres:

---

<sup>8</sup> Estratificación socioeconómica es la clasificación que en Colombia se le asigna a los bienes inmuebles “casas o residencias”, donde habita una familia colombiana; de acuerdo al nivel de estrato socio económico, la familia debe pagar por los servicios públicos que esta utilice: como son alcantarillado, agua, energía, gas, internet, entre otros y de igual manera también se accede a recursos y subsidios que el estado tiene en el estrato más bajo (estrato1),

- El autor es profesor de los grupos de estudiantes de grado octavo de la Institución Educativa Santo Domingo Savio, y por demás tiene una interesante población de estudio con las características mencionadas en el proyecto;
- La coyuntura de emergencia sanitaria por COVID, la cual, desde el mes de marzo de 2020, lleva al sistema educativo colombiano a trabajar de manera distancia “virtual” con mediación de tecnologías digitales y es aquí donde se resalta que de la población de los grados octavos de la institución donde se realiza la investigación, 100 estudiantes tienen acceso a internet, computador o por lo menos conexiones soportadas en plataforma Android;
- La invitación que realiza el profesor de matemáticas de grado octavo, para conformar un grupo (fuera de clases, en horario de tiempo libre “tardes”) con el fin de realizar un club de programación de computadores con Scratch.

### **3.5. Escenario**

El estudio se realiza con los grupos de estudiantes que se mencionan en la descripción de la población y muestreo, anteriormente citados, se resalta que para el desarrollo de la investigación se realiza con estudiantes de grado octavo de la Institución Educativa Santo Domingo Savio del Municipio de Chinchiná (caldas-Colombia), en los años 2020 y 2021, se informa que debido a la emergencia por Covid experimentada en estos años, el desarrollo de la investigación se apoyó en medición digital por medio de internet y computadores desde los lugares de residencia de los estudiantes.

### **3.6. Instrumentos de Información**

#### ***3.6.1. Instrumentos para la Variable Independiente***

El Programa de Intervención consiste en el desarrollo de 16 experiencias (ver Anexo B) , una por semana, orientadas por guías de aprendizaje a manera de reto o desafío, las cuales se fundamentan en el material digital de la plataforma española: <https://programamos.es>, quienes en apoyo con el laboratorio de Scratch del Instituto Tecnológico de Massachusetts (MIT) generan aplicaciones libres para el aprendizaje de scratch; estas guías de aprendizaje son mediadas por el maestro quien por demás es el investigador de este proyecto quien en horario de días jueves en horas de la tarde se reúne con el grupo de estudiantes para orientar, explicar, motivar, y animar al desarrollo de cada reto o desafío semanal, ver la información del sitio web de apoyo tecnológico: <https://scratch.mit.edu>

Se resalta que el programa de intervención consiste puntualmente en los cuatro meses de acompañamiento, orientación, explicación y facilitación de experiencias en el aprendizaje de lenguaje de programación scratch, esta actividad se fundamenta en las guías que están elaboradas y publicadas en orden de 1 a 16 en la plataforma española: <https://programamos.es>; se aclara que para entrar a cada sesión o clase se tiene un link específico dentro de la plataforma, tal y como se enlaza y se muestra en el Anexo B, en cada una de las clases o sesiones semanales.



El profesor “investigador” orienta semanalmente cada una de estas actividades de manera online los días jueves en la tarde, pero el resto de semana se acompaña el proceso en modalidad offline mediante WhatsApp y correo electrónico.

### ***3.6.2. Instrumentos para la Variable Dependiente***

Test de evaluación internacional de coeficiente intelectual (CI) en el pensamiento matemático, basados en Thurstone (1967) y actualizados al año 2016 “Test de Inteligencia numérica de Binet-Simón y Wechsler”; estos test o pruebas de habilidades matemáticas (ver Anexo D y Anexo E ), evalúan los cinco tipos de pensamiento matemático: numérico, métrico, espacial, variacional y probabilístico; en la investigación aplicamos la prueba al inicio de cada año escolar a manera de Pre-test (ver Anexo D) antes del programa de intervención y posteriormente al desarrollo de programa de intervención se aplicó una nueva prueba denominada Post-test (ver anexo E); la aplicación de los test se realizó así: en el año 2020: Pre-test en marzo y Post-test en noviembre y en el año 2021: Pre-test en febrero y Post-test en julio de 2021.

Vale la pena resaltar que este diseño, con correlaciones por medio de un pre-test y un post-test, mediante tratamiento estadístico paramétrico, se fundamenta en los autores Campbell y Stanley (1973), este tipo de metodología es conocido como análisis de pruebas pareadas dependientes, y para este caso de estudio se correlaciono mediante el estadístico paramétricos denominado T de Student. y Distribución de probabilidad normal.

### **3.6.3. Valides de los Instrumentos**

Los pre-test y el post-test que se usaron en la presente investigación, son los “Test de Inteligencia numérica de Binet-Simón y Wechsler”, para efectos de la verificación de su validez, referenciamos los reportes de las pruebas de validación internacionales por diferentes grupos de investigación.

El test de inteligencia numérica de Binet-Simón y Wechsler, como lo plantea Becker (2003), se han ido transformando desde sus inicios hasta hoy, en una prueba concreta que hace el intento por medir coeficiente intelectual en la dimensión del pensamiento lógico - matemático, específicamente desde los cinco (5) tipos de pensamiento matemático conocidos como:

- Pensamiento numérico.
- Pensamiento espacial.
- Pensamiento métrico.
- Pensamiento aleatorio.
- Pensamiento variacional.

Los test de Binet-Simón y Wechsler fueron validados por grupos de investigación como Bain & Allin (2005), Kaplan et al (2005), Wechsler et al (2013) y Meneses et al (2016), quienes realizaron 1024 pruebas en diferentes centros hospitalarios y centros educativos de Europa, Asia y América entre los años 2000 y 2016, aplicando los test en más de 30.000 personas y validando las pruebas con Ji Cuadrado de Pearson, en los resultados obtuvieron en promedio una certeza del 90%, valor que le dio fundamento a la utilización de estos test por las pruebas estandarizadas PISA, y de esta manera ser aplicadas internacionalmente.

Las pruebas de inteligencia numérica de Binet-Simón y Wechsler, están conformadas por preguntas de selección múltiple con única respuesta, generalmente la prueba se compone de 50 preguntas, de las cuales 10 preguntas corresponden a cada uno de los diferentes tipos de pensamiento matemático como son: numérico, espacial, métrico, aleatorio y variacional (ver Anexo D y Anexo E); algunas de las temáticas que abordan en cada sección respectivamente son:

- Comparación de longitudes y cantidades
- Inversión de las agujas de un reloj
- Semejanzas de varios objetos conocidos
- Ubicación de objetos en mapas y planos
- Problemas de medidas de longitudes
- Aritmética básica.
- Semejanzas.
- Relaciones entre conjuntos.
- Juegos de permutaciones y combinaciones
- Competición de figuras en secuencias.
- Ordenamiento de figuras según patrones.

El objetivo del test es medir el nivel de desempeño del pensamiento matemático o el desarrollo del estadio de las operaciones lógico-matemáticas como lo plantea Jean Piaget y tal como lo cita Valdés (2014), en la dimensión del pensamiento matemático y en personas con edades iguales o superiores a los 11 años.

Los intervalos y frecuencias de resultados esperados de la escala internacional de inteligencia (CI) de Binet-Simón y Wechsler, es la que permite valorar el coeficiente intelectual (CI) de las personas a nivel internacional (Bain & Allin, 2005), es por este motivo que estos valores se tomaron para efectos de la comparación de los resultados en las aplicaciones de los test en el desarrollo de la presente investigación, los valores se indican conforme a la Tabla 11. y la Figura 6.

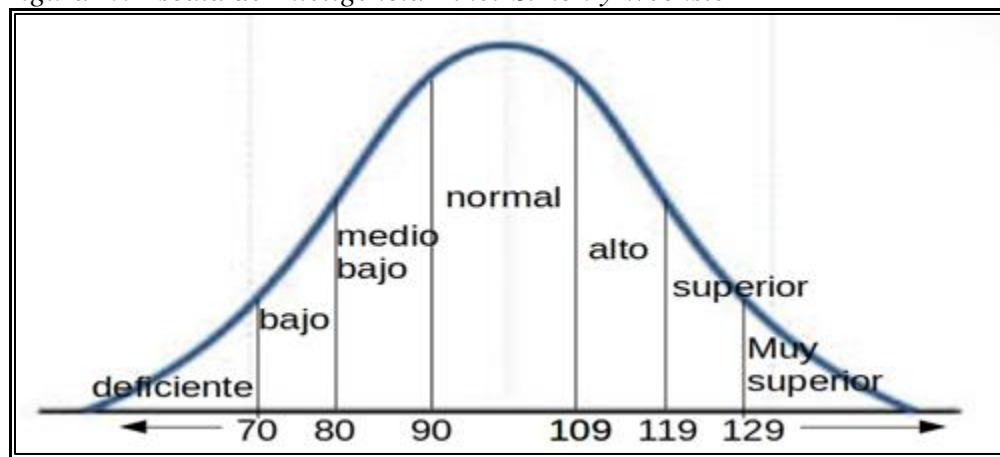
*Tabla 11.*

<i>Clasificación General de la Escala de Inteligencia Binet-Simón y Wechsler</i>	
Rango de IQ ("desviación IQ")	Clasificación de IQ
130 y superior	Muy Superior

120–129	Superior
110–119	Arriba del Promedio
90–109	Promedio
80–89	Abajo del Promedio
70–79	Inferior
69 e inferior	Deficiente

Nota: Tomado de Kaplan et al (2005) y Wechsler et al (2013)

Figura 6. Escala de Inteligencia Binet-Simón y Wechsler



Nota: Adoptado de Kaplan et al (2005) y Wechsler et al (2013)

#### 3.6.4. Confiabilidad

La investigación se soportó sobre decisiones de la matemática estadística paramétrica, mediante el análisis estadístico que se realizó con la prueba t de student y la distribución de probabilidad normal, en la comparación de las muestras relacionadas y que permitió correlacionar la información de la variable dependiente con la variable independiente, finalmente se valoró, estadísticamente, si existen razones para concluir que en la Institución Educativa Santo Domingo Savio de Chinchiná (Caldas -Colombia): el desarrollo del pensamiento computacional ayuda en los niveles de desempeño del pensamiento matemático

### **3.7. El Desarrollo Investigativo**

- Elaboración del programa de intervención para el desarrollo de habilidades computacionales a través del lenguaje de programación Scratch, mediante las guías o talleres de aprendizaje, en el mes de abril y mayo de 2020. (ver Anexo B)
- Selección del grupo de estudiantes para el experimento, en el mes de mayo de 2020 y en el mes de marzo de 2021, se realizó una invitación para participación voluntaria y con autorización de los representantes legales de los menores de edad (ver Anexo A. Autorización de representantes legales)
- Experiencia con el programa de intervención para el desarrollo de habilidades computacionales a través del lenguaje de programación Scratch, mediante la aplicación de 16 guías de aprendizaje (clases), con el grupo de estudiantes del experimento piloto, en los meses de julio a octubre de 2020 y entre marzo y junio de 2021.
- Aplicación de Pre-test (ver Anexo D) en los meses de marzo de 2020 y de febrero de 2021, para evaluar los niveles de desarrollo de pensamiento matemático.
- Aplicación de Post-test (ver Anexo E) en los meses de noviembre de 2020 y de junio de 2021 para valorar los niveles de desarrollo de pensamiento matemático.
- Análisis inferencial de los resultados de las pruebas Pre-Test y Post-Test y meses de diciembre de 2020 y junio de 2021.
- Elaboración del informe de investigación en meses de abril a junio de 2021.

### **3.8. Programa de Intervención: Antes y después**

El trabajo desde la correlación de resultados, brinda un informe del proceso investigativo en las condiciones de la muestra de estudio propuesta; de esta manera se estimó estadísticamente si existen razones que permitan concluir si el pensamiento computacional ayuda al desarrollo del pensamiento matemático de los estudiantes de la Institución Educativa Santo Domingo Savio de Chinchiná (caldas – Colombia) durante los años 2020 y 2021.

El diseño de la investigación es de tipo cuasiexperimental, porque se realizó un programa de intervención aplicado a la muestra de estudio, el cual fue una experiencia de desarrollo de Pensamiento Computacional (variable independiente), con el objetivo de mejorar los resultados de la variable dependiente que para el estudio es el pensamiento matemático.

### **3.9. Análisis Empleado**

La prueba realizada en la presente investigación es de tipo paramétrico, por asumir muestras que se ajusten perfectamente a distribuciones de tipo normal estandarizadas por sus características de sus medias, detalle importante que permite establecer que los resultados obtenidos en las muestras posibilitan hacer una adecuada prueba paramétrica de manera fiable; en esta investigación se aplicó la prueba t de Student para dos muestras dependientes, de tamaño  $n=30$ , debido a que la relación de las muestras dependientes tienen una distribución normal

El primer paso para el desarrollo del análisis fue la clasificación y ordenación de la información por datos descriptivos y datos de resultados de cada uno de los pensamientos matemáticos tanto en el pre-test como en el post-test, para los años 2020 y 2021, información que se gestionó desde hojas electrónicas para efectos de su manipulación. (ver apéndice 1, apéndice 2, apéndice 3 y apéndice4); el segundo paso del análisis fue la organización de las variables de tipo descriptivo, como son género, edad y estrato socio-económico; el tercer paso del análisis fue la correlación de los

resultados de pre-test y post-test mediante la prueba de T de student, y la distribución normal estandarizada, con ejercicios de comparación de:

- Resultados generales de pensamiento matemático.
- Resultados de los grupos experimentales.
- Resultados del grupo de control.
- Pruebas de pensamientos: numérico, métrico, espacial, variacional, y probabilístico.
- Resultados globales entre los años 2020 y 2021.

Para efectos de medir los desempeños de pensamiento computacional se aplicaron pre-test y post-test tanto en los grupos experimentales como en el grupo de control; el proceso de correlación de los resultados obtenidos en el proceso investigativo se realizó mediante estadística paramétrica; de esta manera se obtuvo los resultados de pruebas antes y posterior al programa de intervención, y finalmente, se realizaron pruebas de hipótesis de diferencia pareada para muestras dependientes de los diferentes grupos con el uso del estadístico T de student y la Distribución normal,

### **3.10. Gestión de la Información (Datos)**

La gestión de la información y especialmente el tratamiento de la prueba paramétrica t de student y la distribución normal, se realizó mediante la herramienta de software libre denominado *R, desde una plataforma Linux Ubuntu* (R, 2022), el tratamiento de clasificación ordenamiento y sistematización de la información se realizó mediante hojas electrónicas de licencia de software libre por ser Open Office, bajo plataforma Linux Ubuntu.

### **3.11. Consideraciones éticas**

El desarrollo del presente trabajo de indagación se realiza con personas menores de edad, por este motivo se requiere por una parte informar previamente a los “representantes legales” o personas mayores de edad, bien sea padres, madre o acudientes responsables del menor de edad, sobre la actividad del programa de intervención, al cual en la Institución Educativa denominamos “club de programación de computadores con Scratch” y se relaciona la importancia de la actividad extra clase y el carácter por una parte sin afectación de ninguna valoración académica y por otra parte la participación de los estudiantes de manera voluntaria, tal y como se registra en el Anexo A de circular de información y autorización o permiso de participación de los hijos(as) en la actividad en mención.

El programa de intervención se realizó con la mediación del lenguaje de programación Scratch el cual es de uso libre y con el soporte del grupo de Investigación Media Lab del Instituto Tecnológico de Massachusetts (MIT).

Toda la gestión de información se realizó bajo licencias de software libre con plataforma Linux Ubuntu, Open Office y R como software de gestión estadística.

Al final se concluye el capítulo de Estrategias del trabajo de investigación, aclarando que la investigación es de tipo cuantitativo con corte cuasiexperimental, la cual realiza un muestreo No probabilístico intencionado, con muestras dependientes en dos años consecutivos, a las muestras se les aplica un programa de intervención a modo de variable independiente (causa) y se espera que este surja algún efecto en la variable dependiente (efecto) del estudio denominada Pensamiento Matemático





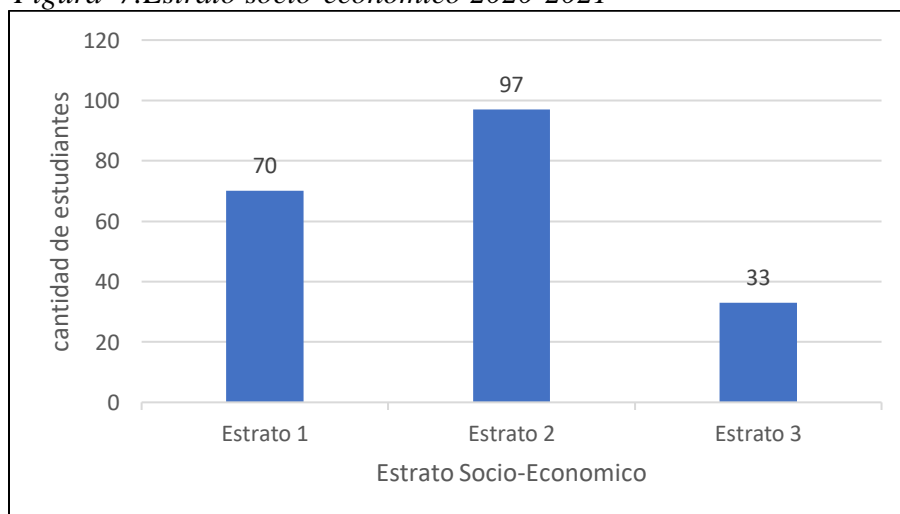
#### 4. Resultados de la Investigación

Se presentan los resultados de la investigación en tres apartados así: el primer apartado , indica los registros de datos sociodemográficos de los participantes, donde se describe los niveles de estrato socio-económico de los estudiantes, la participación por género y los registros de los adolescentes por edades; el segundo apartado, presenta los resultados descriptivos de la variable de análisis (dependiente): pensamiento matemático; y el tercer apartado, desarrolla la estadística inferencial y comprobación de hipótesis, la cual se realiza mediante estadística paramétrica con t de student para muestras dependientes; desde la gestión de los registros y las respectivas evidencias del tratamiento de los datos, se presenta la siguiente información:

##### 4.1. Presentación de datos sociodemográficos de los participantes

En la Figura 7, se muestra la distribución de los estudiantes en los estratos 1, 2 y 3; 70 estudiantes que representan al 35 %, pertenecen al estrato socio-económico 1; 97 estudiantes que representan un 48,5 %, pertenecen al estrato socio-económico 2; y 33 estudiantes que representan al 15,5 % pertenecen al estrato 3.

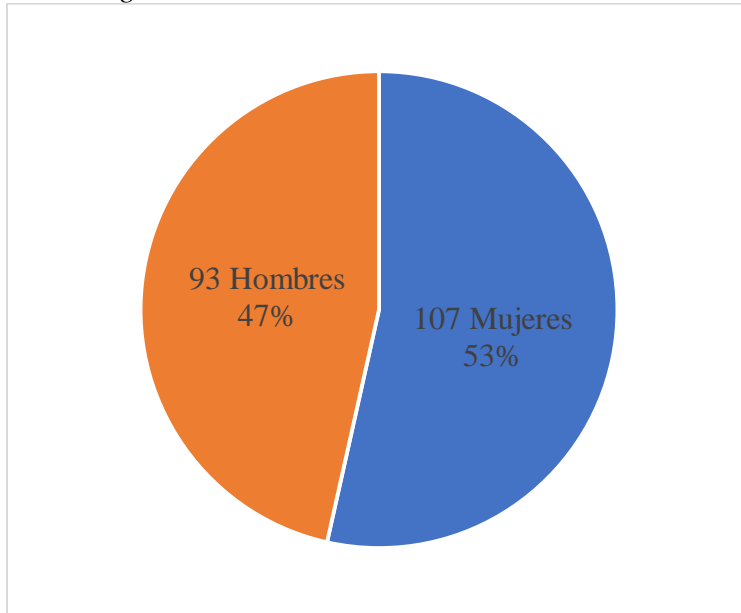
*Figura 7. Estrato socio-económico 2020-2021*



Nota: Elaboración propia

La participación de las mujeres en el presente proyecto de investigación fue del 53%, representada en un total de 107 mujeres; por otra parte, la participación de hombres es de un 47% representada en un total de 93 hombres, como se observa en la Figura 8.

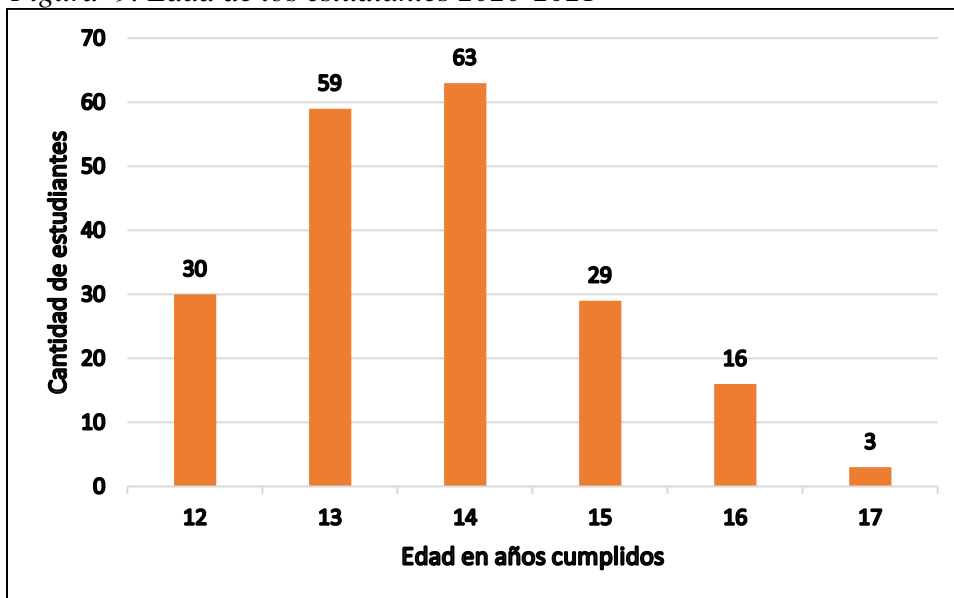
*Figura 8. Género de los estudiantes 2020-2021*



Nota: Elaboración propia

Las edades de los estudiantes que participaron en el estudio deberían oscilar en promedio entre los 12 y 13 años para un nivel o grado Octavo de Educación Básica Colombiana, sin embargo, en el estudio también participan personas con edades superiores a los 13 años; son estudiantes que, por diversas circunstancias, como son problemas económicos, deserción escolar por pérdida, afectaciones de tipo personal o familiar, entre otros, hacen que estén repitiendo el nivel, como se visualiza en la Figura 9.

Figura 9. Edad de los estudiantes 2020-2021



Nota: Elaboración propia

#### 4.2. Registros Descriptivos desde los Resultados de Investigación

Los cálculos de las medias y desviación estándar de los años 2020 y 2021 para los valores de Pre-test y Post-test, de cada grupo de exploración se presentan en la Tabla 12.

Los datos registrados en las Tablas 12 y 13 son recabados de los Apéndices 1, 2, 3 y 4. de los resultados de las pruebas o test de pensamiento matemático, tanto de pre-test como de post-test de años 2020 y 2021.

Tabla 12.

*Descriptivos de Pensamiento Matemático en Grupos Experimentales.*

Resultados	2020		2021	
	Marzo Pre-test	Noviembre Post-test	Febrero Pre-test	Agosto Post-test
Test realizados				
media	61,30	89,20	58,70	85,30
desviación típica estándar	31,92	35,03	17,68	27,71

Nota: Elaboración propia

Tabla 13.

*Descriptivos de Pensamiento Matemático en Grupos Experimentales y de Control años 2020 y 2021*

Grupos	Experimental		de Control	
	Pre-test	Post-test	Pre-test	Post-test
media	58,70	85,30	81,20	80,00
desviación	17,68	27,71	12,10	17,10

Nota: Elaboración propia

### 4.3. Estadística Inferencial y Comprobación de Hipótesis

La Institución Educativa Santo Domingo Savio de Chinchiná (Caldas-Colombia), en grado octavo tiene 250 estudiantes en los años 2020 y 2021 de éstos un total de 100 para cada año, tienen acceso en sus hogares a internet con computador, tablet o datos por medio de celular y ante la invitación de tipo voluntario a formar parte de un club de programación de computadores en horario extra-clase y sin valoración académica, aceptaron 30 estudiantes de los 100 en ambos años de estudio.

Este detalle llevo al proceso investigativo a planificar cuatro formas de tratamiento, así, 1: grupo experimental formado por los 30 estudiantes del año 2020, 2: grupo experimental formado por los 30 estudiantes del año 2021, 3: grupo experimental totalizado con los 60 estudiantes de los años 2020 y 2021 y 4: grupo de control, aquellos estudiantes que no aceptaron participar en el programa de intervención, pero sí realizaron los test, 140 estudiantes de los años 2020 y 2021.

Para los grupos experimentales de los años 2020 y 2021 se comparan las medias de los resultados en los Pre-Test y Post-Test, mediante una prueba de hipótesis de diferencia pareada., es decir, una prueba de hipótesis donde compararemos las medias obtenidas en los pre-test y post-test.

Para los grupos experimentales de los años 2020 y 2021, se toma la decisión de usar la distribución t de student para el análisis de la prueba hipótesis por tres razones fundamentales:

- 1) El tamaño de la muestra es de 30 estudiantes del grupo experimental por cada año,
- 2) La muestra fue seleccionada al azar <sup>9</sup>,
- 3) La población donde se obtiene el muestreo (estudiantes) está distribuida normalmente. Además de que la distribución t de student es una muy buena aproximación a la distribución normal para muestras “pequeñas” (menores o iguales a 30).

Se toma la decisión de hacer una prueba de hipótesis de diferencia pareada, ( $\mu_{\text{post-test}} - \mu_{\text{pre-test}} = \mu_{\text{diferencias}}$  : de muestras dependientes, utilizando la distribución t de student, para los grupos de intervención o experimentales de manera separada y la distribución normal estándar Z para los grupos totalizados de los dos años y de los grupos experimentales y de control, esto último debido al tamaño de los respectivos grupos.

---

<sup>9</sup> La Institución Educativa Santo Domingo Savio de Chinchiná (Caldas - Colombia) en los años 2020 y 2021, tiene 250 estudiantes en grados octavos, a los cuales se los invito a participar al Club de Programación de Computadores de manera voluntaria, en horario extra-clase y sin valoración en desempeño académico normal, de estos estudiantes respondieron afirmativamente en cada año 30 de ellos, los cuales se convirtieron en el grupo experimental de la muestra de estudio (30%).

### 4.3.1. Pruebas de normalidad

En esta sección se realiza la correspondiente validación del conjunto de datos experimentales frente al cumplimiento de la distribución normal, de la siguiente manera:

#### Test de normalidad para las diferencias pareadas 2020.

Para la verificación de la normalidad de los datos del año 2020, se realiza el test de normalidad de **Shapiro-Wilk** para las diferencias pareadas del año 2020, mediante el software R, a partir de los datos recabados de la tabla de registros que se encuentra en el Apéndice 1 y Apéndice 3, para esta tarea utilizamos las siguientes hipótesis

Ho: La diferencia entre Pre-Test y Post-Test presentan una distribución normal

Ha: La diferencia entre Pre-Test y Post-test NO presenta una distribución normal

*Figura 10. Prueba de normalidad de diferencias pareadas del año 2020*

```
Shapiro-Wilk normality test
data: diff20exp
W = 0.95133, p-value = 0.1835
```

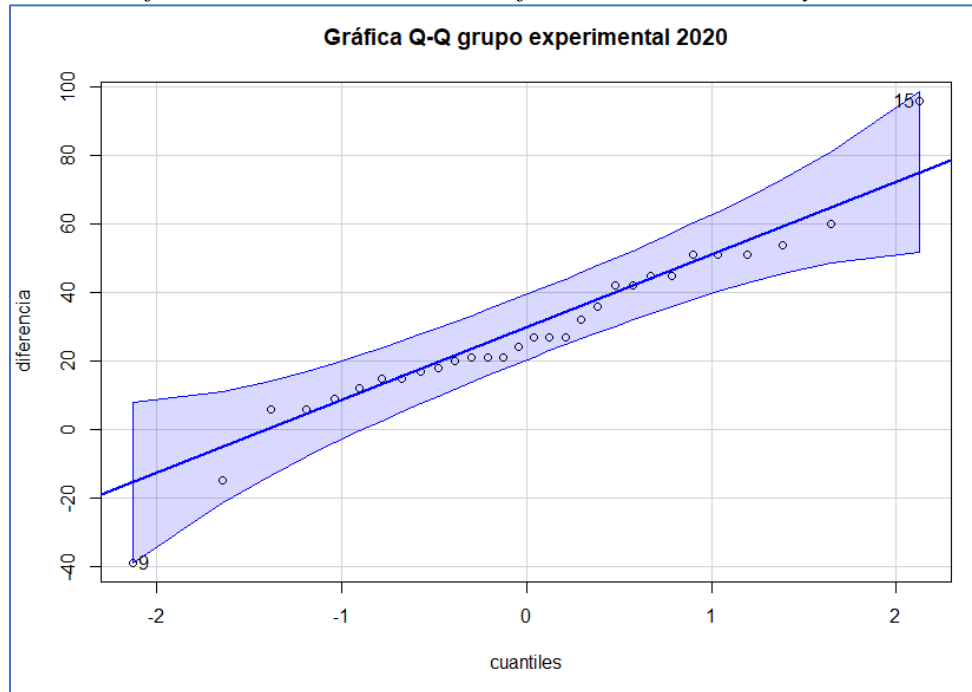
Nota: Tomado de la gestión con Software Estadístico R, (R, 2022)

De acuerdo a la prueba de normalidad, ver Figura 10, tenemos que

$$p\text{-value} = 0.1835 > 0.05 = \alpha$$

Por lo tanto, no se rechaza  $H_0$ , es decir, con una confianza del 95% podemos decir que la diferencia entre Pre-Test y Post-test del año 2020 presentan una distribución normal.

Figura 11. Gráfica de Normalidad de las Diferencias de Pre-Test y Post-Test año 2020



Nota: Tomado de la gestión con Software Estadístico R, (R, 2022)

La Figura 11 permite apreciar que la diferencia entre los Post-Test y Pre-Test están dentro de la región de confianza y así corroboramos que éstas tienen una distribución normal.

### **Test de normalidad para las diferencias pareadas 2021.**

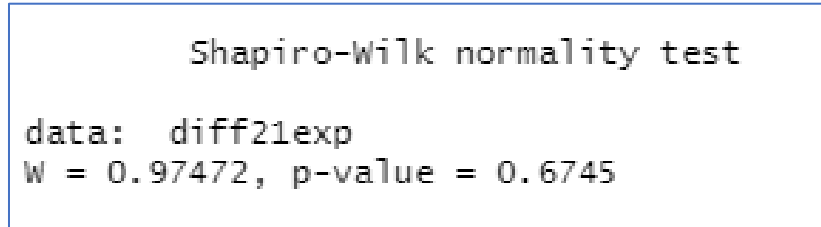
Para la verificación de la normalidad de los datos del año 2021, se realiza el test de normalidad de **Shapiro-Wilk** para las diferencias pareadas del año 2021, mediante el software R, a partir de los datos recabados de la tabla de registros que se encuentra en el Apéndice 1 y Apéndice 3, para esta tarea utilizamos las siguientes hipótesis



Ho: La diferencia entre Pre-Test y Post-Test presentan una distribución normal

Ha: La diferencia entre Pre-Test y Post-test NO presenta una distribución normal

Figura 12. Prueba de normalidad de diferencias pareadas del año 2021



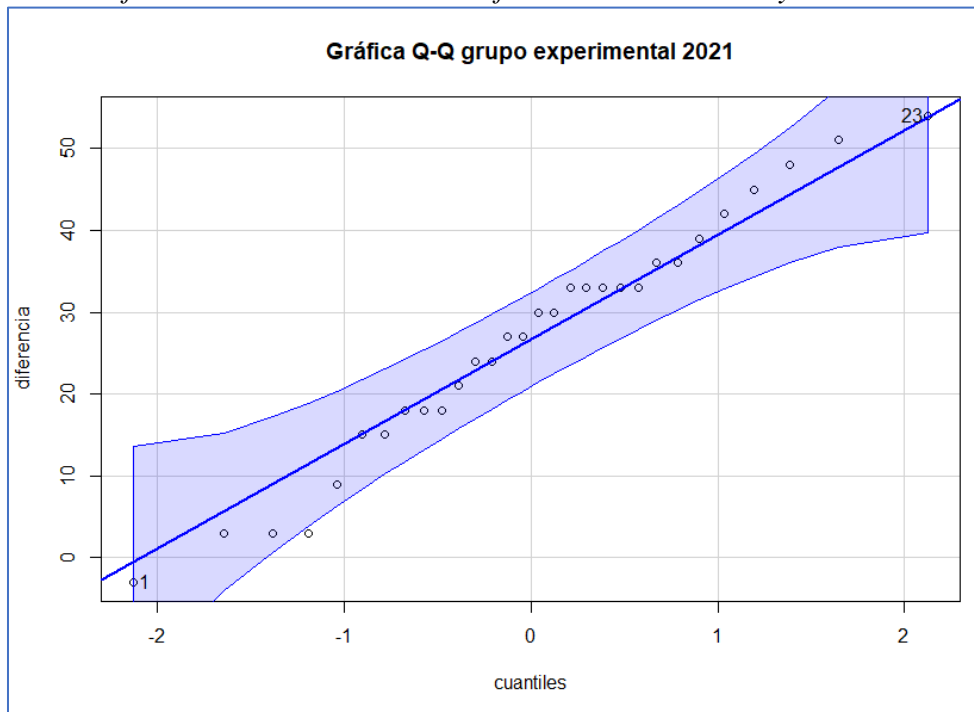
Nota: Tomado de la gestión con Software Estadístico R, (R, 2022)

Los resultados que registra la Figura 12, De acuerdo a la prueba de normalidad, ver Figura 12, tenemos que

$$p\text{-value} = 0.6745 > 0.05 = \alpha$$

Por lo tanto no se rechaza Ho, es decir, con una confianza del 95% podemos suponer que la diferencia entre Pre-Test y Post-test del año 2020 presentan una distribución normal.

Figura 13. Gráfica de Normalidad de las Diferencias de Pre-Test y Post-Test año 2021



Nota: Tomado de la gestión con Software Estadístico R, (R, 2022)

La Figura 13 permite apreciar que la diferencia entre los Post-Test y Pre-Test están dentro de la región de confianza y así corroboramos que éstas tienen una distribución normal.

#### 4.3.2. Prueba de Hipótesis de Diferencia Pareada para $(\mu_{post-test} - \mu_{pre-test}) =$

$\mu_{diferencias}$  : Muestras dependientes

#### Prueba t de student para muestras pareadas del grupo experimental del año 2020

A continuación se registran los resultados de las pruebas de hipótesis realizadas a los grupos experimentales de cada año de estudio y al grupo de control,::

Ho: La media en la diferencia entre Pre-test y Post-test es igual a 0;  $\mu_{diferencias} = 0$  .

Ha: Hipótesis alternativa:  $H_a: \mu_{diferencias} > 0$

Figura 14. Prueba t de student para muestras pareadas del grupo experimental del año 2020

```

Paired t-test

data:  pre20 and pos20
t = -6.1903, df = 29, p-value = 9.462e-07
alternative hypothesis: true difference in means is not equal to 0
99 percent confidence interval:
 -40.32315 -15.47685
sample estimates:
mean of the differences
          -27.9
    
```

Nota: Tomado de la gestión con Software Estadístico R, (R, 2022)

A partir de los registros presentados por el software R en la prueba de t de student de los datos del año 2020, como se indica en la Figura 14, se puede observar que:

$$p\text{-value} = 0.000009462 < 0.01 = \alpha$$

Por tanto, se rechaza Ho y se acepta Ha con un nivel de significancia del 99%,  $\alpha = 0.01$ .

### **Prueba t de student para muestras pareadas del grupo experimental del año 2021**

Ho: La media en la diferencia entre Pre-test y Post-test es igual a 0;  $\mu_{\text{diferencias}} = 0$ .

Ha: Hipótesis alternativa:  $H_a: \mu_{\text{diferencias}} > 0$

Figura 15. *Prueba t de student para muestras pareadas del grupo experimental del año 2021*

```
Paired t-test
data: pre21 and pos21
t = -9.8605, df = 29, p-value = 9.069e-11
alternative hypothesis: true difference in means is not equal to 0
99 percent confidence interval:
 -34.03573 -19.16427
sample estimates:
mean of the differences
          -26.6
```

Nota: Tomado de la gestión con Software Estadístico R, (R, 2022)

A partir de los registros presentados por el software R en la prueba de t de student de los datos del año 2021, como se indica en la Figura 15, se puede observar que:

$$p\text{-value} = 0.00000000009069 < 0.01 = \alpha$$

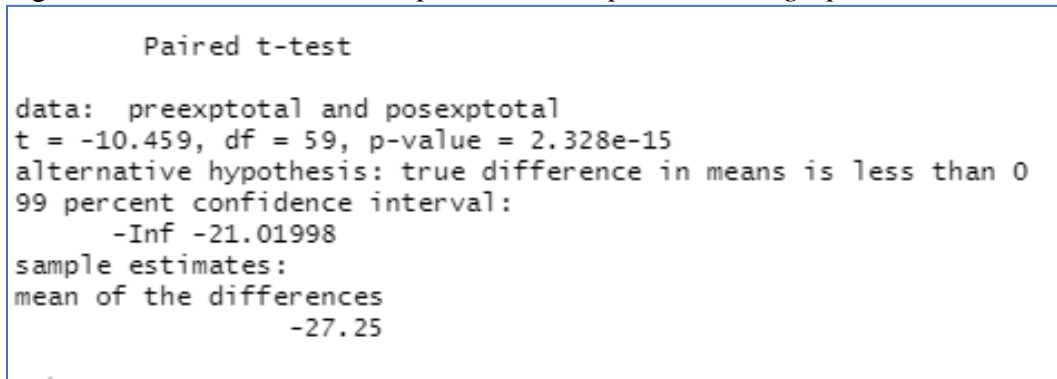
Por tanto, se rechaza Ho y se acepta Ha con un nivel de significancia del 99%,  $\alpha = 0.01$ .

### **Prueba de hipótesis grupo experimental 2020 y 2021**

Ho: La media en la diferencia entre Pre-test y Post-test es igual a 0;  $\mu_{\text{diferencias}} = 0$ .

Ha: Hipótesis alternativa:  $H_a: \mu_{\text{diferencias}} > 0$

Figura 16. Prueba t de student para muestras pareadas del grupo



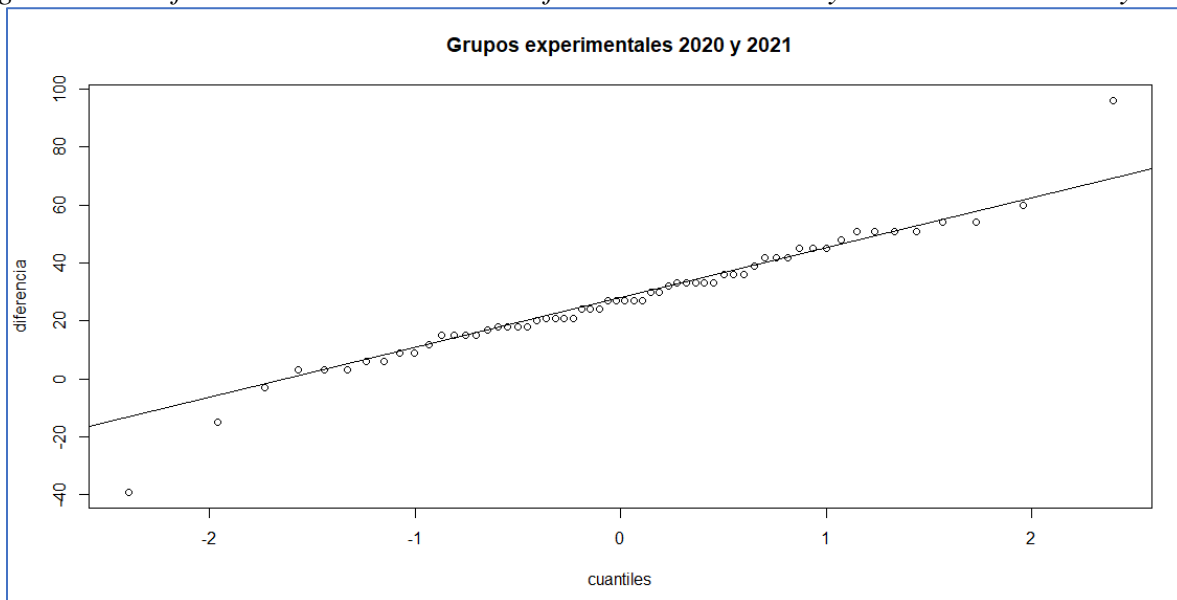
Nota: Tomado de la gestión con Software Estadístico R, (R, 2022)

A partir de los registros presentados por el software R en la prueba de t de student de los datos de grupos experimentales de los años 2020 y 2021, como se indica en la Figura 16, se puede observar que:

$$p\text{-value} = 0,000000000000002328 < 0,01 = \alpha$$

Por tanto, se rechaza  $H_0$  y se acepta  $H_a$  con un nivel de significancia del 99%.

Figura 17. Gráfica de Normalidad de las Diferencias de Pre-Test y Post-Test años 2020 y 2021



Nota: Tomado de la gestión con Software Estadístico R, (R, 2022)

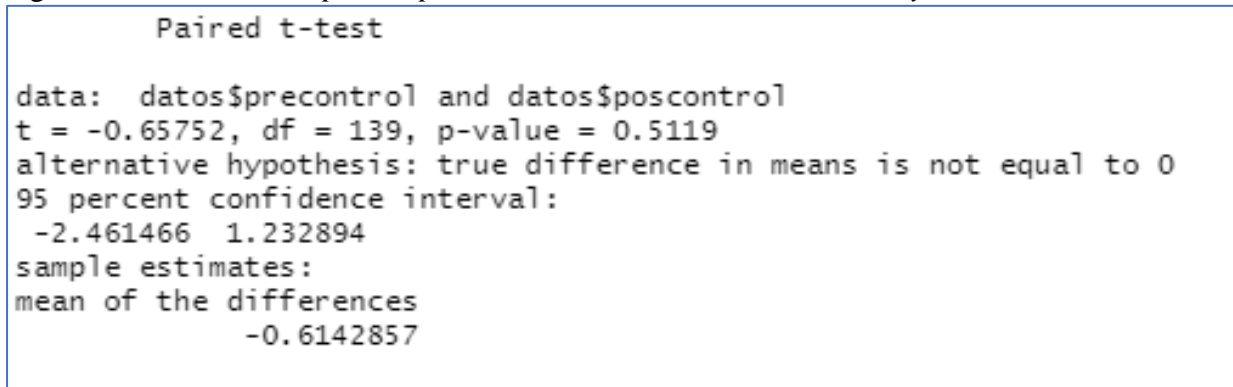
La Figura 17 permite apreciar que la diferencia entre los Post-Test y Pre-Test está dentro de la región de confianza.

## Prueba de hipótesis grupo de control 2020 y 2021

Ho: La media en la diferencia entre Pre-test y Post-test es igual a 0;  $\mu_{\text{diferencias}} = 0$ .

Ha: Hipótesis alternativa:  $H_a: \mu_{\text{diferencias}} > 0$

Figura 18. Prueba de Hipótesis para la muestra de control años 2020 y 2021



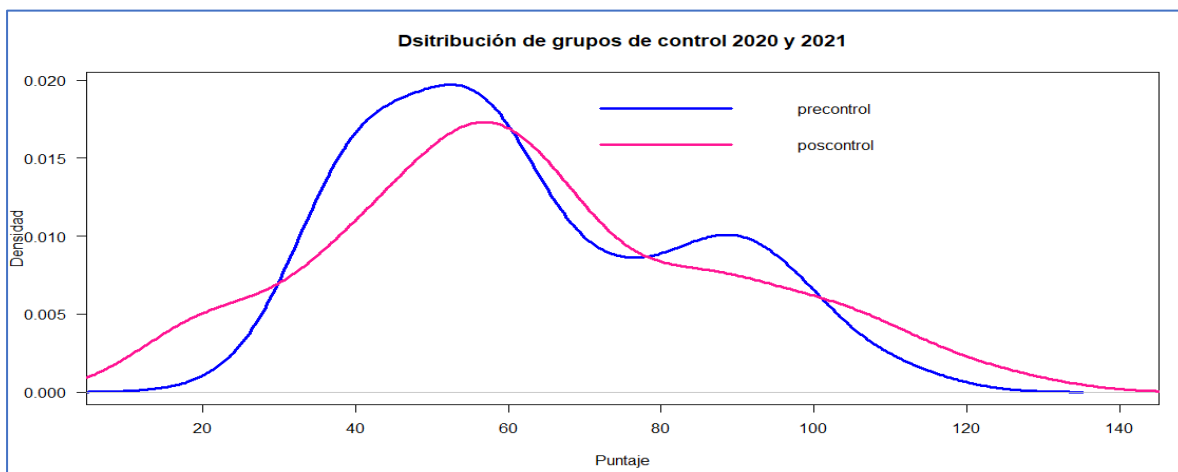
Nota: Tomado de la gestión con Software Estadístico R, (R, 2022)

A partir de los registros presentados por el software R en la prueba de hipótesis para los datos del grupo de control de los años 2020 y 2021, como se indica en la Figura 18, se puede observar que:

$$p\text{-value} = 0.5119 > 0.05 = \alpha.$$

Por tanto, No se rechaza Ho y se acepta Ho, con un nivel de significancia del 95%.

Figura 19. Gráfica de registro de datos de Pre-Test y Post-Test Grupo de Control 2020 y 2021



Nota: Tomado de la gestión con Software Estadístico R, (R, 2022)

De acuerdo a los resultados de la prueba de Hipótesis y reforzado visualmente como indica la Figura 19, se puede afirmar que en el grupo de control no hay cambios estadísticamente significativos entre las pruebas pre-test y post-test.

### Explicación general de los resultados de pruebas de hipótesis

Estos resultados permiten indicar en detalle las evidencias que se pueden explicar de la siguiente manera:

1. Hipótesis nula:  $H_0: \mu_{\text{diferencias}} = 0$
2. Hipótesis alternativa:  $H_a: \mu_{\text{diferencias}} > 0$
3. Estadístico de Prueba:

Tabla 14.

#### Modelos estadísticos para prueba de Hipótesis

para t de student	para Z normalizada
<p><i>Ecuación 1. estadístico para t de student</i></p> $t = \frac{\overline{X_{\text{post-test}}} - \overline{X_{\text{pre-test}}}}{\frac{S_d}{n}}$	<p><i>Ecuación 2. estadístico para Z normalizada</i></p> $Z = \frac{\overline{X_{\text{post-test}}} - \overline{X_{\text{pre-test}}}}{\frac{S_d}{n}}$
<p><i>Ecuación 3. desviación estándar de diferencias</i></p> $S_d = \sqrt{\frac{\sum (d_i - \bar{d})^2}{n - 1}}$	
<p>donde:</p> <p><b>t</b>: valor calculado de t de student</p> <p><b>Z</b>: valor calculado para Z normalizada</p> <p><math>\overline{X_{\text{post-test}}}</math>: media de los resultados de post-test de variable de estudio</p> <p><math>\overline{X_{\text{pre-test}}}</math>: media de los resultados de post-test de variable de estudio</p> <p><math>S_d</math>: desviación estándar de las diferencias muestrales</p> <p><b>n</b>: tamaño de la muestra</p> <p><math>d_i</math>: diferencia de cada <math>X_{i \text{ Post-test}}</math> menos <math>X_{i \text{ Pre-test}}</math></p> <p><math>\bar{d}</math>: media de las diferencias</p>	

Nota: Modelos tomados de Mendenhall W, Beaver R y Beaver B (2010)

4. Región de rechazo:

Para t de student: Rechazar  $H_0$  cuando  $|t_{\text{calculado}}| > t_{\alpha}$

Para Z normalizada: Rechazar  $H_0$  cuando  $|Z_{\text{calculada}}| > Z_{\alpha/2}$

donde  $\alpha$  es el nivel de significancia.

5. Intervalo de confianza de muestra

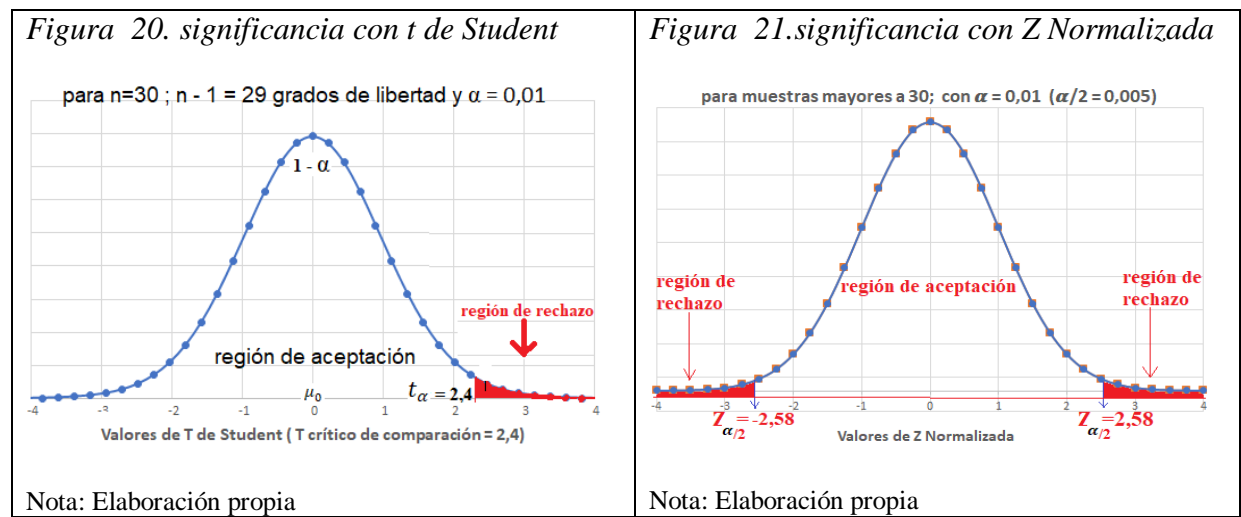
Tabla 15.

Intervalos de confianza para las muestras del estudio

<p>Ecuación 4. intervalos para t de student</p> $\bar{d} \pm t_{\alpha} \left( \frac{S_d}{\sqrt{n}} \right)$ <p>donde <math>t_{\alpha}</math>: valor de t crítico teórico</p>	<p>Ecuación 5. intervalos para Z Normalizada</p> $\bar{d} \pm Z_{\alpha} \left( \frac{S_d}{\sqrt{n}} \right)$ <p>donde <math>Z_{\alpha}</math>: valor de Z Normalizada crítico teórico</p>
---	--

Nota: Modelos tomados de Mendenhall, Beaver y Beaver (2010)

4.3.3. Esquemas de Significancia de Valores Teóricos para Prueba de Hipótesis



#### 4.3.4. Pruebas de Hipótesis para grupos experimentales

La Tabla 16, registra los resultados de media, desviación estándar, tanto de los resultados de la variable de estudio para Pre-test, Post-test y la media de las diferencias muestrales.

Los datos registrados en la Tablas 16 son recabados de los Apéndices 5 y 6. de resultados de las pruebas o test de pensamiento matemático

Tabla 16.  
Valores para cálculos de *t* de Student

medidas	2020			2021		
	Pre-test	Post-test	Diferencias muestrales	Pre-test	Post-test	diferencias muestrales
media	61,30	89,20	27,90	58,70	85,30	26,60
desviación típica o estándar	31,92	35,03	24,69	17,68	27,71	14,78
Estadístico para prueba de hipótesis	$t_{2020} = 6,19$			$t_{2021} = 9,86$		

Nota: Elaboración propia

A partir de los registros de datos obtenidos en el estudio y, de acuerdo con la ecuación 1, tenemos lo siguiente,

$$t_{2020} = \frac{89,20 - 61,30}{\frac{24,69}{\sqrt{30}}} = \frac{27,90}{4,51} = 6,19$$

$$t_{2021} = \frac{85,30 - 58,70}{\frac{14,78}{\sqrt{30}}} = \frac{26,60}{2,7} = 9,86$$



Obteniendo de acuerdo a los cálculos realizados, el siguiente resultado en la prueba de hipótesis para todo el estudio:

Rechazar  $H_0$  , debido a que  $t_{\text{calculado}} > t_{\alpha}$

por cuanto para año 2020:  $t_{2020} = 6,19 > t_{\alpha} = 2,4$

y para año 2021 también:  $t_{2021} = 9,86 > t_{\alpha} = 2,4$

La magnitud obtenida

De acuerdo a lo anterior, se obtiene que para los años 2020 y 2021, se rechaza la Hipótesis nula ( $H_0$ ) y se acepta la Hipótesis alterna ( $H_a$ ), es decir, que la diferencia en las medias de los Test es estadísticamente significativa y, por tanto, se puede concluir que el programa de intervención aplicado a los grupos de estudios de los dos años en mención, afectó de manera positiva a la variable de estudio (independiente): pensamiento matemático.

- El valor de la prueba

La prueba se ha tomado con un valor de significancia del 1% ( $\alpha=0.01$ ), para un intervalo de confianza del 99%, Se toma este nivel de significancia ya es que es el mínimo teórico posible para rechazar la hipótesis nula, esto debido a la gran diferencia que se obtuvo entre las muestras pareadas. Vale la pena recordar que el nivel de significancia es la probabilidad de rechazar la hipótesis nula cuando ésta es verdadera, para este caso esta probabilidad es bastante baja.

Se utiliza la distribución t de student de una sola cola, esto debido a que la diferencia en todos los casos fue positiva, es decir, hubo una mejoría en los Post-test.

- Los grados de libertad (gl)

El origen del término grados de libertad para la distribución t de student es teórico y se refiere al número de desviaciones independientes existentes elevadas al cuadrado para estimar ( $\sigma^2$ ). Los

estudiantes que han participado el programa de intervención son un total de 30 en cada año, por este motivo los grados de libertad (gl) del estudio es de 29, como resultado de la relación (n-1), respondiendo a los registros de los años 2020 y 2021.

- El nivel de confianza

El intervalo de confianza para la diferencia de medias...  $\pm t_{\alpha} \left( \frac{s_d}{\sqrt{n}} \right)$

Para el año 2020:  $27,90 \pm 2,4 \left( \frac{24,69}{\sqrt{30}} \right) = 27,90 \pm 10,82 = [17.08, 38.72]$

A partir de este intervalo de confianza, correspondiente al año 2020, se puede afirmar con una confianza del 99%, es decir, con probabilidad de error del 1%, que la diferencia entre las medias oscila entre el valor mínimo de 17.08 y el valor máximo de 38.72, esto es, la diferencia nunca es cero y además positiva, por lo tanto, se rechaza la hipótesis nula y se acepta la hipótesis alterna.

Para el año 2021:  $26,60 \pm 2,4 \left( \frac{27,71}{\sqrt{30}} \right) = 26,60 \pm 12,14 = [14.46, 38.74]$

De manera análoga al caso anterior, se obtiene el intervalo de confianza [14.46,38.74] correspondiente al año 2021 y de igual forma, y se observa que la diferencia de las medias siempre es positiva y, por tanto, nuevamente se rechaza la hipótesis nula y se acepta la hipótesis alterna correspondiente al año 2021.

- Nivel de significación 1% o  $\alpha= 0,01$

El valor teórico de t de student con 29 grados de libertad y significancia de 0,01 es de 2,4

*Tabla 17.*

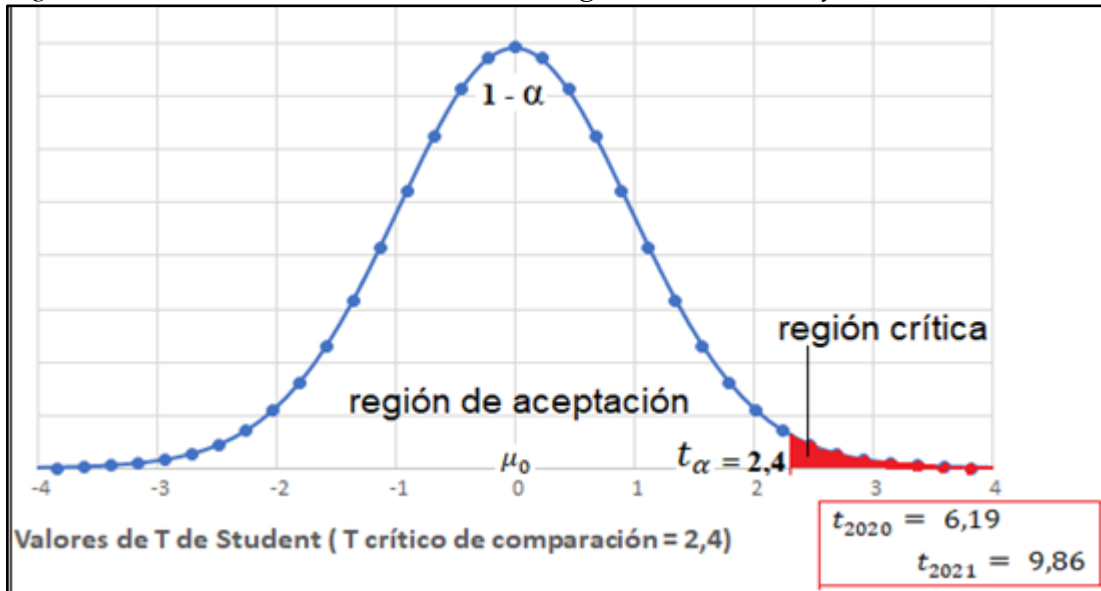
*Resumen de los datos obtenidos de t de student para cada año*

Número de estudiantes (n=30)	2020	2021
Grados de libertad (gl)	29	29
Nivel de significancia	0,01	0,01
t de student calculado	6,19	9,86
t de student teórico	2,4	2,4

Nota: Elaboración propia

La Tabla 17 registra los valores calculados a partir de los resultados obtenidos, a partir de esta tabla se realiza el gráfico de distribución que se muestra en la Figura 22, el cual muestra la región de rechazo para la distribución t de student de una cola, con 29 grados de libertad y  $\alpha=0.01$ .

Figura 22. Distribución t de Student con 29 grados de libertad y  $\alpha = 0,01$



Nota: Elaboración propia

Lo que indica que se ha validado con un nivel de confianza de 99% la hipótesis de que “El desarrollo de habilidades en el pensamiento computacional mejorará el pensamiento matemático en jóvenes de la I.E. de Santo Domingo de Chinchiná (Caldas-Colombia)”

#### 4.3.5. Resultados con Z normalizada para grupos experimentales y de control

La Tabla 18, registra los resultados de media, desviación típica o estándar, de la variable de estudio de Pre-test, Post-test, tanto de los grupos experimentales totalizados, o sea, 60 estudiantes y los 140 estudiantes de los grupos de control para los años del estudio realizado en 2020 y 2021.

Los datos registrados en la Tabla 18 son recabados de los Apéndices 5 y 6, de resultados de las pruebas o test de Pensamiento Matemático por grupos del estudio.

Tabla 18.

Registros estadísticos para prueba de hipótesis

Grupos	Experimental			De Control		
Pruebas	Pre-test	Post-test	Diferencias muestrales	Pre-test	Post-test	Diferencias muestrales
media	58,70	85,30	26,60	81,20	80,00	-1,20
desviación	17,68	27,71	14,78	12,10	17,10	6,38
Estadístico para prueba de hipótesis	$Z_{\text{experimental}} = 9,86$			$Z_{\text{de control}} = -1,03$		

Nota: Elaboración propia

- La técnica matemática utilizada

“Prueba de Hipótesis de diferencia pareada para grupo experimental,  $(\mu_{\text{post-test}} - \mu_{\text{pre-test}}) =$

$\mu_{\text{diferencias}}$  : muestras independientes

Para los grupos experimentales:

Con los registros de datos obtenidos en el estudio con los grupos experimentales y que se relacionan en la Tabla 18 se puede realizar el cálculo utilizando la ecuación 2, como se indica a continuación:

$$Z_{\text{experimental}} = \frac{85,30 - 58,70}{\frac{14,78}{\sqrt{60}}} = \frac{26,60}{1,91} = 13,94$$

- La magnitud obtenida

Mediante el proceso se obtiene un valor de Z normalizado, relacionado con los valores de las pruebas de pensamiento matemático, que para este caso es la variable dependiente de estudio, y la que permite evaluar el efecto del programa de intervención aplicado al grupo de estudio, se resalta que en este apartado se está tratando con los datos totalizados de los dos años.

- El valor de la prueba

La prueba se ha tomado con un valor de significancia del 1 % o  $\alpha = 0,01$  para un  $\alpha/2 = 0.005$ , con un intervalo de confianza del 99%, para una distribución normal Z de dos colas, esto último porque en el grupo de control hubo tanto diferencias negativas como positivas en los Test aplicados.

- El nivel de confianza

Se toma un nivel de confianza del 99%, y se calcula el valor  $Z_{\alpha/2} = 2,58$

- Nivel de significancia es de 1%

O para un  $\alpha = 0,01$  o el  $\alpha/2 = 0,005$

- La interpretación de los resultados estadísticos

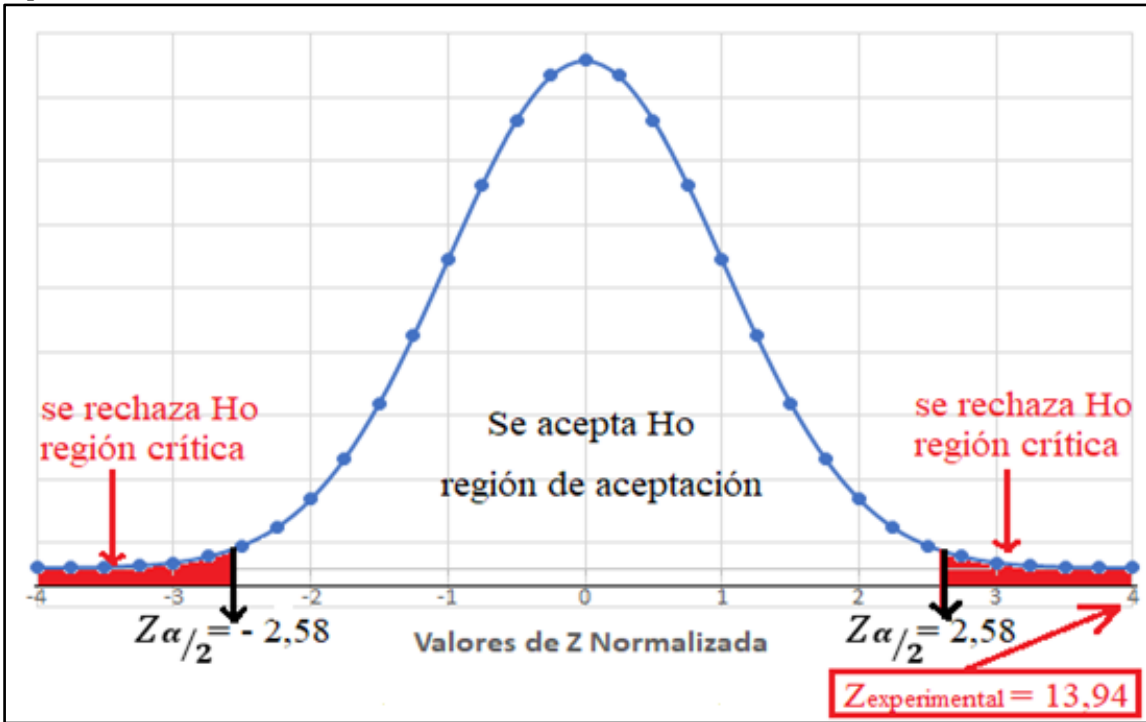
A partir de los registros de datos obtenidos en el estudio e indicados en la Tabla 18, y los cálculos realizados como se indican anteriormente, se toma la decisión de

Rechazar  $H_0$ , debido a que  $Z_{\text{experimental}} > Z_{\alpha/2}$

por cuanto:  $Z_{\text{experimental}} = 13,94 > Z_{\alpha/2} = 2,58$

Al rechazar  $H_0$  se acepta la Hipótesis alternativa  $H_a$ , la cual establece que las diferencias de las medias son mayores que cero, esto es, hay una mejora significativa en el test aplicado a los participantes después del programa de intervención y por lo tanto nuevamente hemos validado la hipótesis de que “El desarrollo de habilidades en el pensamiento computacional mejorará considerablemente el pensamiento matemático en jóvenes de la I.E. de Santo Domingo de Chinchiná (Caldas-Colombia)”. A continuación, en la Figura 23 se indica la región de rechazo de  $H_0$ .

Figura 23. Distribución normal estándar con  $\alpha = 0.01$  de significancia, para grupos experimentales



Nota: Elaboración propia

**“Prueba de Hipótesis de diferencia pareada para grupo de control, ( $\mu_{\text{post-test}} - \mu_{\text{pre-test}}$ ) =**

**$\mu$  diferencias : muestras independientes**

Para los grupos experimentales:

Con los registros de datos de los grupos de control obtenidos en el estudio y que se relacionan en la tabla 18 se puede realizar el cálculo de  $Z_{\text{de control}}$  utilizando la ecuación 2, como se indica a continuación:

$$Z_{\text{de control}} = \frac{80,0 - 81,20}{\frac{6,38}{\sqrt{140}}} = \frac{-1,20}{0,54} = -2,22$$

- La magnitud obtenida

Mediante el proceso se obtiene un valor de Z normalizado relacionado con los valores de las pruebas de pensamiento matemático, que para este caso es la variable dependiente de estudio, y la que permite evaluar el efecto del programa de intervención aplicado al grupo de estudio, recordemos que en este aparte estamos tratando con los datos totalizados de los dos años.

- El valor de la prueba

La prueba se ha tomado con un valor de significancia del 1 % ó  $\alpha = 0,01$ , para un  $\alpha/2 = 0.005$ , con un intervalo de confianza del 99%, para una distribución normalizada Z de dos colas.

- El nivel de confianza

Se toma un nivel de confianza del 99%, y se calcula el valor  $Z_{\alpha/2} = 2,58$

- Nivel de significancia es de 1%

O para un  $\alpha = 0,01$  o el  $\alpha/2 = 0,005$

- La interpretación de los resultados estadísticos

A partir de los registros de datos obtenidos en el estudio e indicados en la Tabla 18, y los cálculos realizados como se indican anteriormente, se toma la decisión de

Aceptar  $H_0$  ,

debido a que  $Z_{\text{calculado}}$  esta dentro del área de aceptación de la hipótesis nula,

por cuanto:

- $2,58 < Z_{\text{control}} = -2,22 < + 2,58$

Por ello se concluye que para los grupos de control se Acepta  $H_0$

- El nivel de confianza

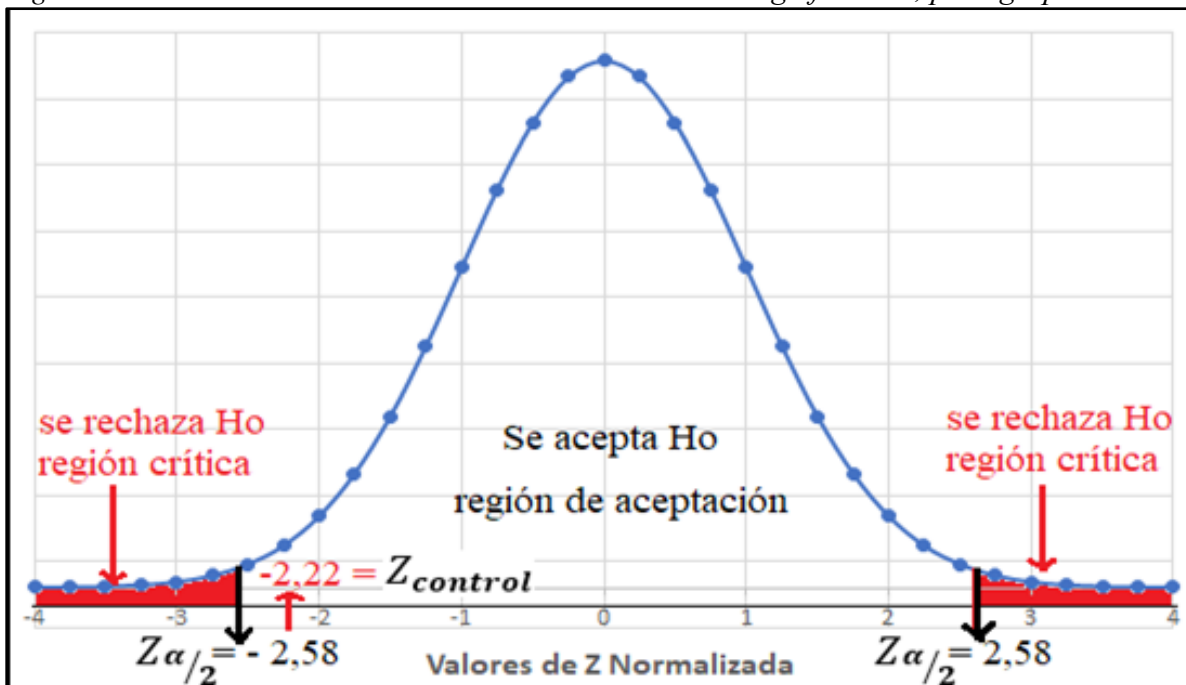
El intervalo de confianza para la diferencia de medias...  $\pm Z_{\alpha/2} \left( \frac{s_d}{\sqrt{n}} \right)$

$$-1,20 \pm 2,58 \left( \frac{6,38}{\sqrt{140}} \right) = -1,20 \pm 1,39 = [-2,59, 0,19]$$

A partir de este intervalo de confianza, es posible afirmar con una confianza del 99%, es decir, con probabilidad de error del 1%, que dicho intervalo contiene a la diferencia entre las medias ; y puesto que , el valor cero está dentro del intervalo, esto implica que se acepta la hipótesis nula.

Para los grupos de control, o sea, los 140 estudiantes que no participaron en el programa de intervención, los resultados se mantienen prácticamente iguales en ambos test. Esto es particularmente importante, puesto que podría pensarse que quizás la mejora en los test no ocurre solo en el grupo experimental y según nuestros resultados vemos que no es así. En el Gráfico 14 se muestra el valor crítico  $Z_{\alpha/2}$  y la región de aceptación asociada a este valor de  $\alpha$

Figura 24. Distribución normal estándar con  $\alpha = 0.01$  de significancia, para grupos de control



Nota: Elaboración propia

Así pues, se puede afirmar que a los estudiantes de la Institución Educativa Santo Domingo Savio del Municipio de Chinchiná (Departamento de Caldas – Colombia) en los años 2020 y 2021, a los



cuales no se le sometió a programa de intervención, no sufrieron ningún cambio significativo en sus resultados de los test de pensamiento matemático, como se observa en la Figura 24.

#### **4.4. Resultados de los Rendimientos en el Proceso de Investigación**

Las Figuras 25, 26, 27 y 28, la curva de color azul representa los datos estandarizados de los valores internacionales de pensamiento matemático desde coeficiente intelectual de Binet-Simón y Wechsler, en los mismos gráficos se registra en la curva de color rojo los resultados de los datos del Pre-test y en la curva de color verde los resultados de los datos de Post-test. Aquí vale la pena observar que la media internacional está alrededor del valor 100.

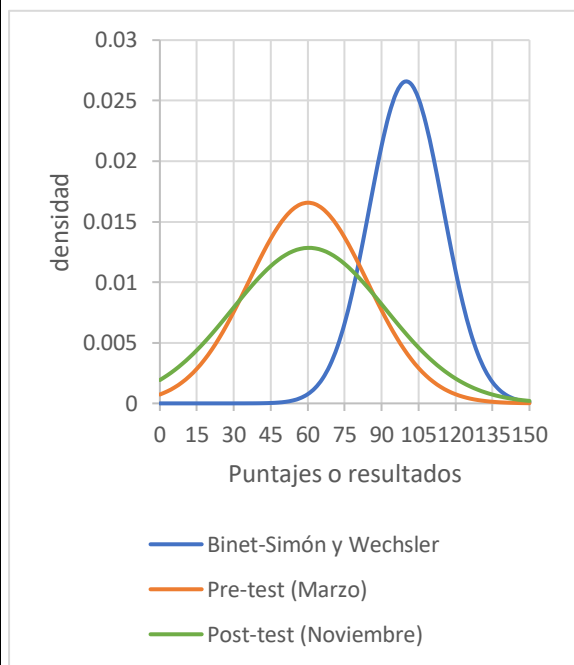
La Figura 25, registra los resultados de pensamiento matemático obtenidos en el año 2020, para el grupo denominado de control “estudiantes que no participaron del programa de intervención” y la Figura 26, indica los resultados de Pensamiento Matemático obtenidos en el año 2020 por el grupo experimental “grupo que fue sometido al programa de intervención”.

La Tabla 18, la Figura 24 y la prueba de hipótesis realizada con los registros de los grupos de control permite afirmar que estadísticamente no hubo cambios significativos en los resultados de los test de los grupos de control, a pesar de que en los gráficos de resultados de las pruebas se observe una mejoría en los resultados del post-test, comparados frente a los resultados iniciales del pre-test, del año 2020, como se visualiza en las Figuras 25 y 26 respectivamente.

Los gráficos que se observan a continuación (Figuras 25 y 26) se representa la función de densidad de la variable de estudio, vemos que ésta tiene una distribución normal  $N(\mu, \sigma^2)$ ; teniendo en cuenta que el área bajo la curva de la distribución normal tiene un valor de 1.

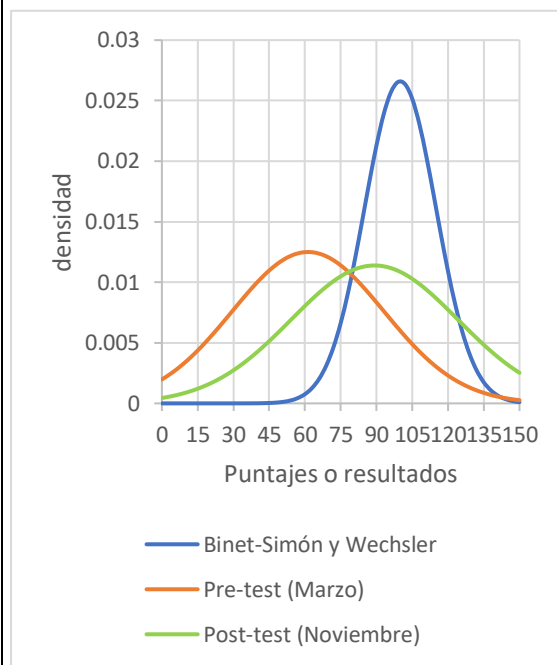
Los gráficos donde se muestran los registros internacionales de Binet-Simón y Wechsler, son para efectos de comparación, con los resultados obtenidos en la presente investigación.

*Figura 25. Pensamiento matemático, grupo experimental – 2020*



Nota: Elaboración propia

*Figura 26. Pensamiento matemático, grupo de control – 2020*



Nota: Elaboración propia

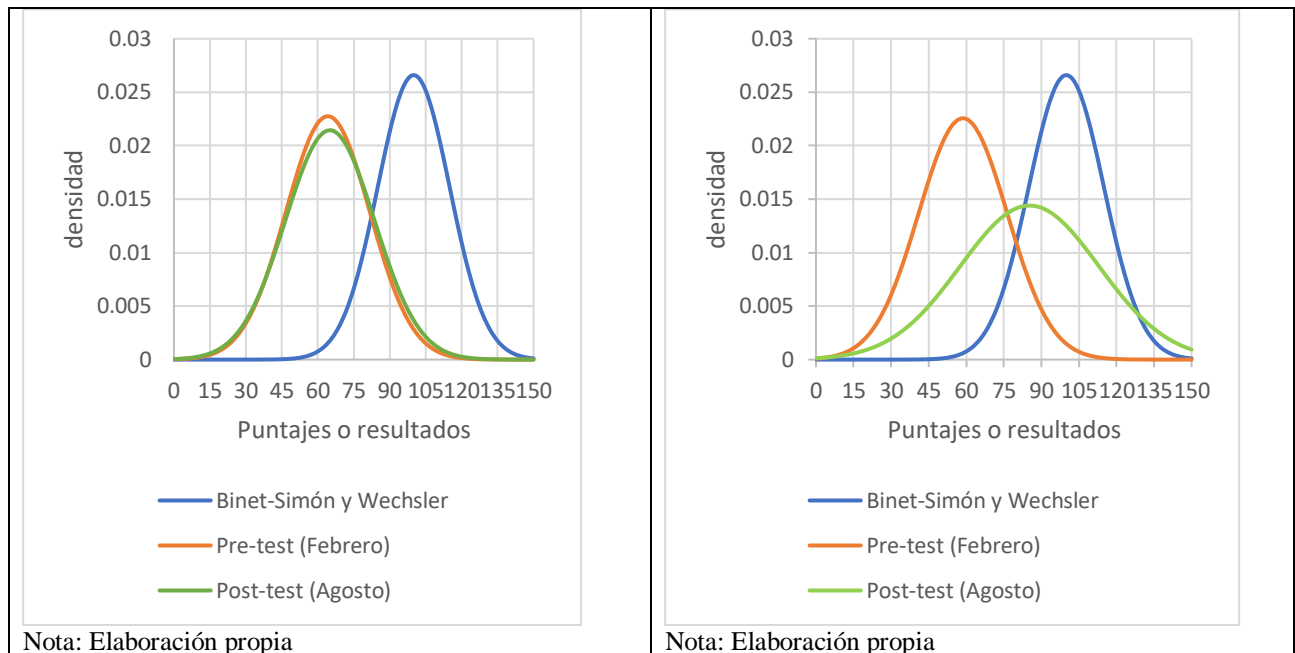
La Figura 27, registra los resultados de pensamiento matemático obtenidos en el año 2021, para el grupo denominado de control “estudiantes que no participaron del programa de intervención” y la Figura 28, indica los resultados de pensamiento matemático obtenidos en el año 2021 por el grupo experimental “grupo que fue sometido al programa de intervención”.

En la Figura 27 se observa que el grupo de control, el cual no fue sometido a programa de intervención, no presenta diferencias significativas entre la prueba de pre-test y post-test.

La Figura 28 indica que los resultados del grupo experimental mejoran de manera considerable en el post-test frente al pre-test, del año 2021.

*Figura 27. Pensamiento matemático, grupo experimental – 2021*

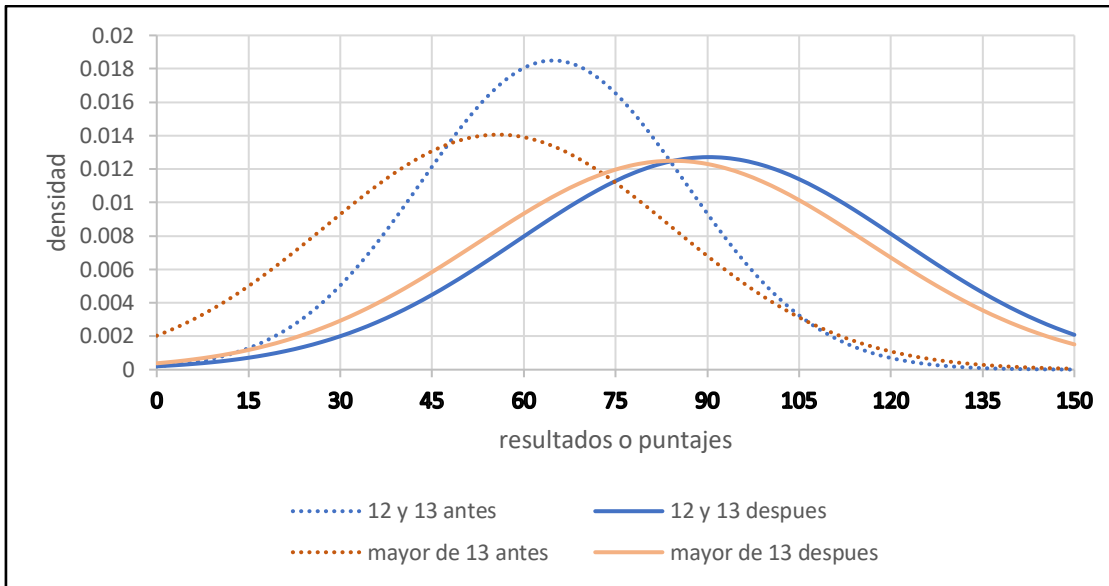
*Figura 28. Pensamiento matemático, grupo de control – 2021*



En las Figuras 25, 26, 27 y 28, se observa tendencia de mejoramiento en los resultados de pensamiento matemático desde los pre-test hacia los post-test, y de igual manera se percibe mejores resultados en los post-test de los grupos experimentales

En la Figura 29 se ha totalizado resultados por edades de 12 y 13 años que son las edades comunes del grado escolar octavo y por otra parte los datos de niños(as) mayores de 13 años, los cuales por varios factores han sufrido repitencias de algún año nivel escolar; aquí se observan indicios de que los resultados de los niños de 12 y 13 años son mejores que los resultados de las personas que están en extra edad escolar.

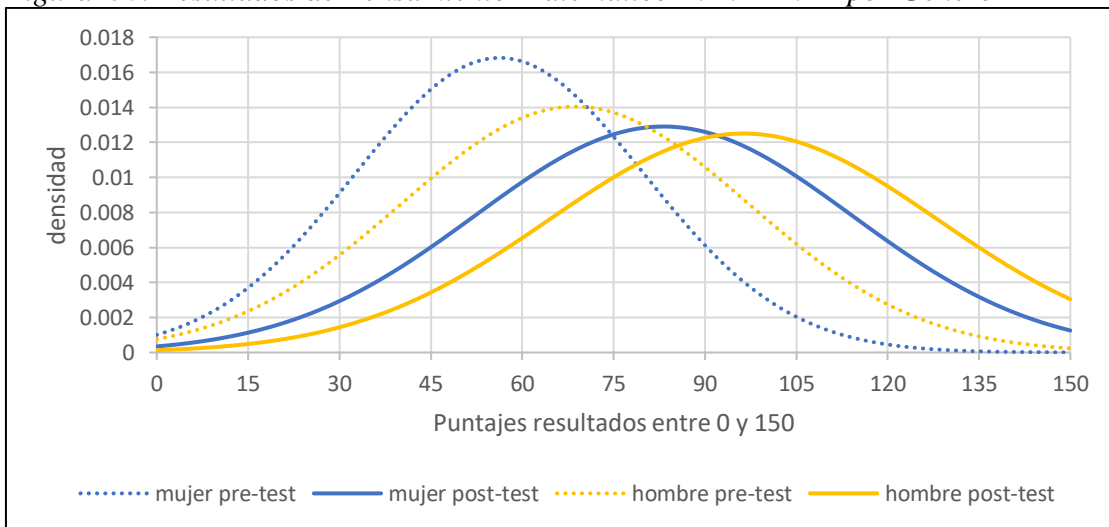
*Figura 29. Resultados de Pre-test y Post-test por edades 2020 - 2021*



Nota: Elaboración propia

La Figura 30 indica los resultados por género y se observan indicios para afirmar que los hombres obtienen mejores resultados frente a las mujeres, pero resaltando esto como una posible tendencia del grupo de estudio.

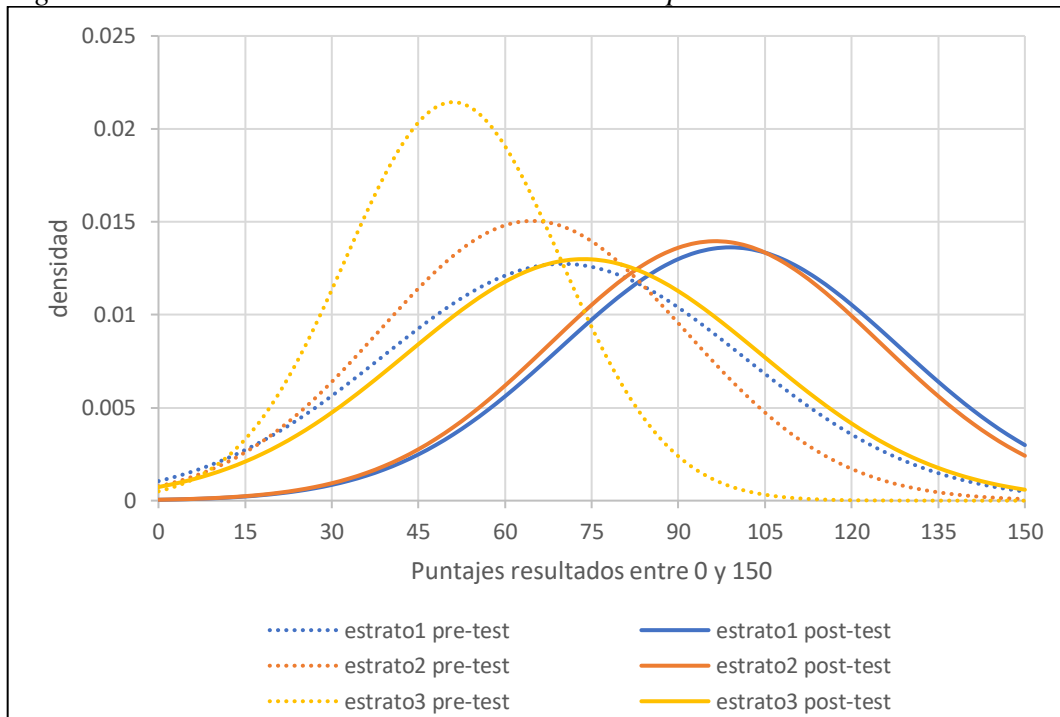
*Figura 30. Resultados de Pensamiento Matemático 2020 – 2021 por Género*



Nota: Elaboración propia

La Figura 31 permite visualizar los resultados de pensamiento matemático por estratos socioeconómicos, en ellos se puede observar la tendencia de los estratos 1 y 2 que obtienen mejores resultados que el estrato 3.

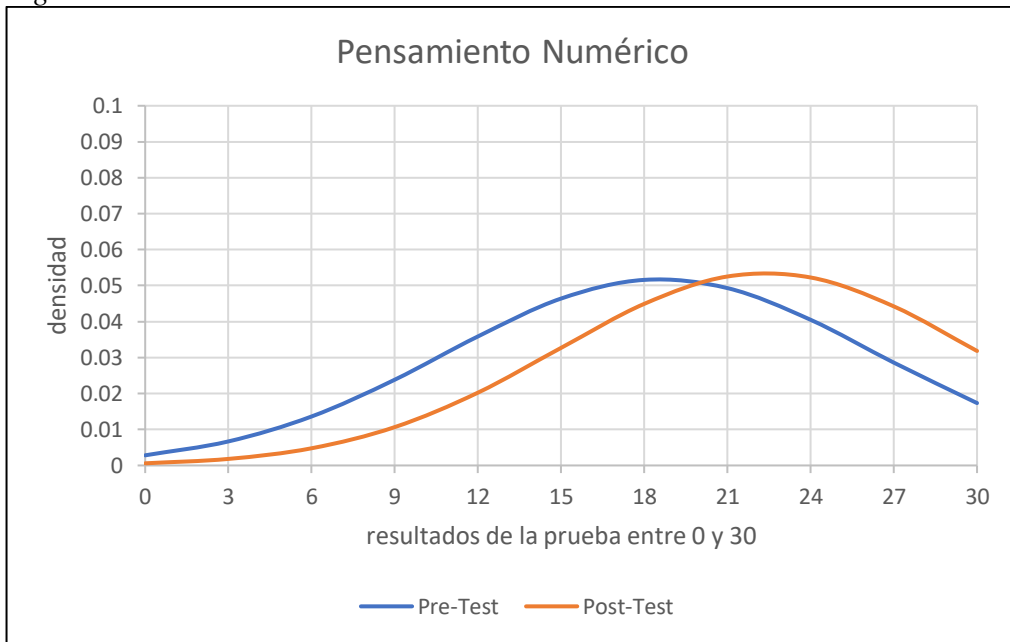
*Figura 31. Resultado de Pensamiento Matemático por estratos socioeconómicos*



Nota: Elaboración propia

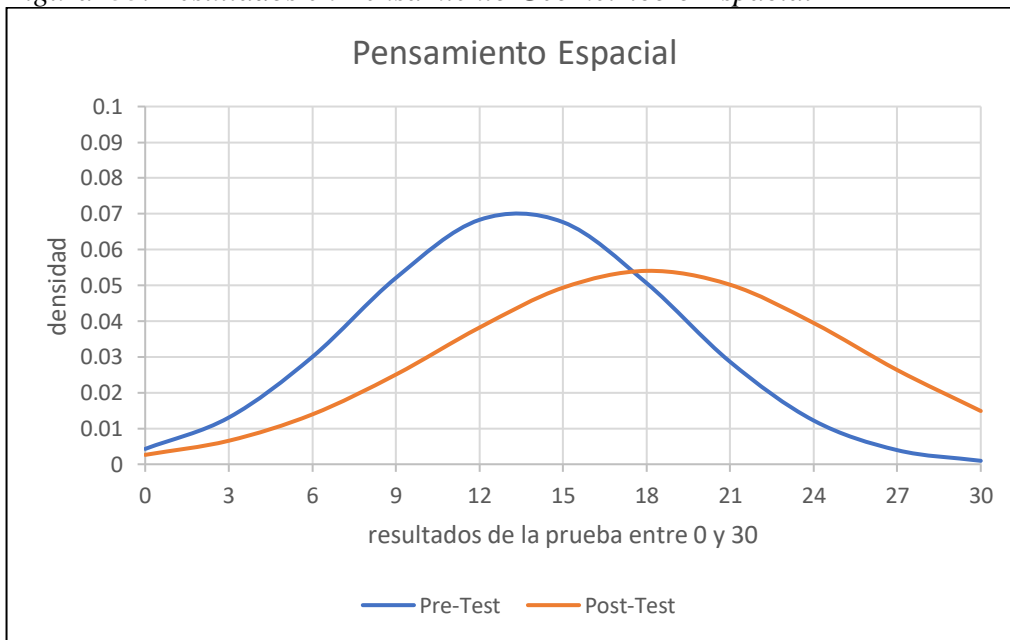
Las Figuras 32, 33, 34, 35 y 36, indican de manera separada los resultados de cada uno de los pensamientos matemáticos, en ellos de color azul se visualiza los resultados de los pre-test y de color rojo se observan los resultados del post-test; se resalta que en los cinco tipos de diferentes pensamientos se percibe mejora en los valores de los resultados de los post-test, frente a los pre-test.

Figura 32. Resultados en Pensamiento Numérico



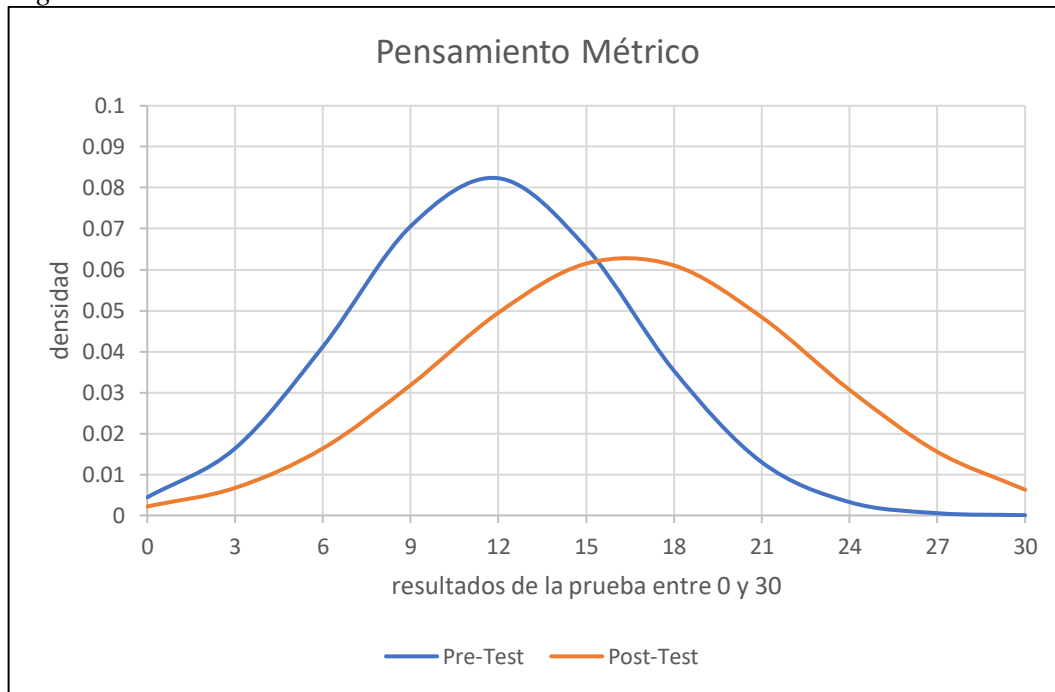
Nota: Elaboración propia

Figura 33. Resultados en Pensamiento Geométrico o Espacial



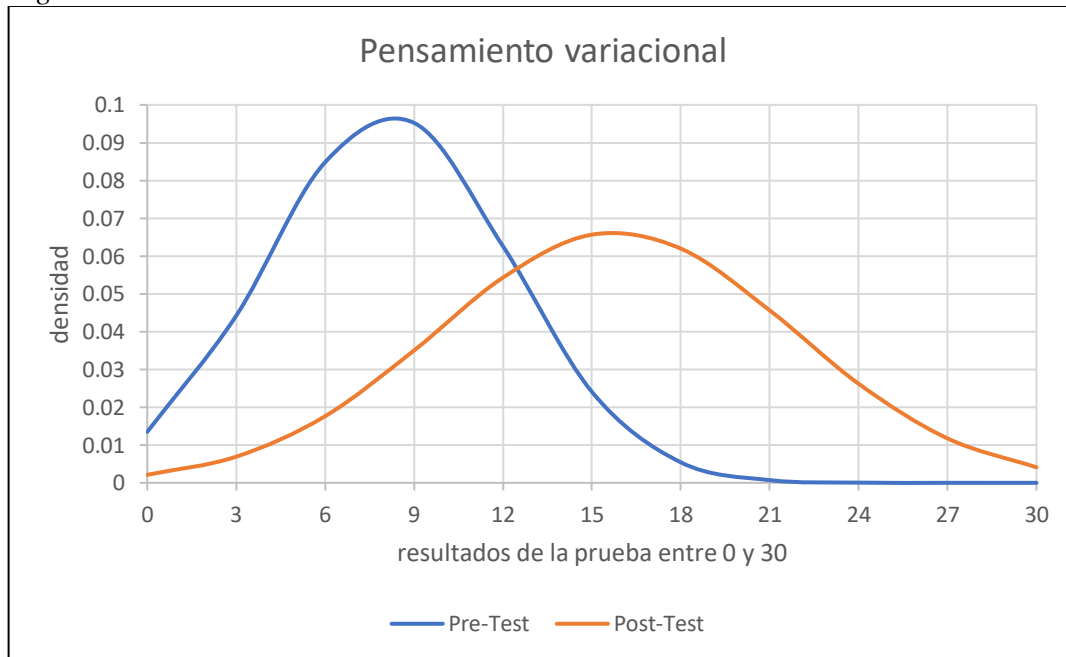
Nota: Elaboración propia

Figura 34. Resultados de Pensamiento Métrico



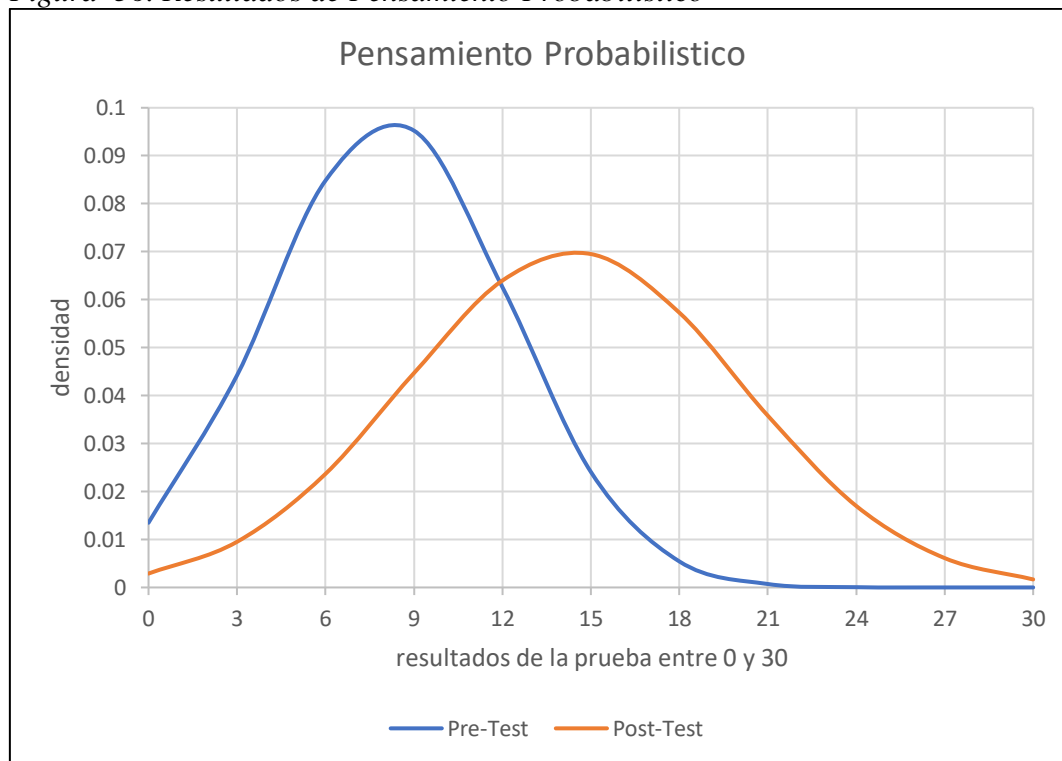
Nota: Elaboración propia

Figura 35. Resultados de Pensamiento Variacional



Nota: Elaboración propia

Figura 36. Resultados de Pensamiento Probabilístico

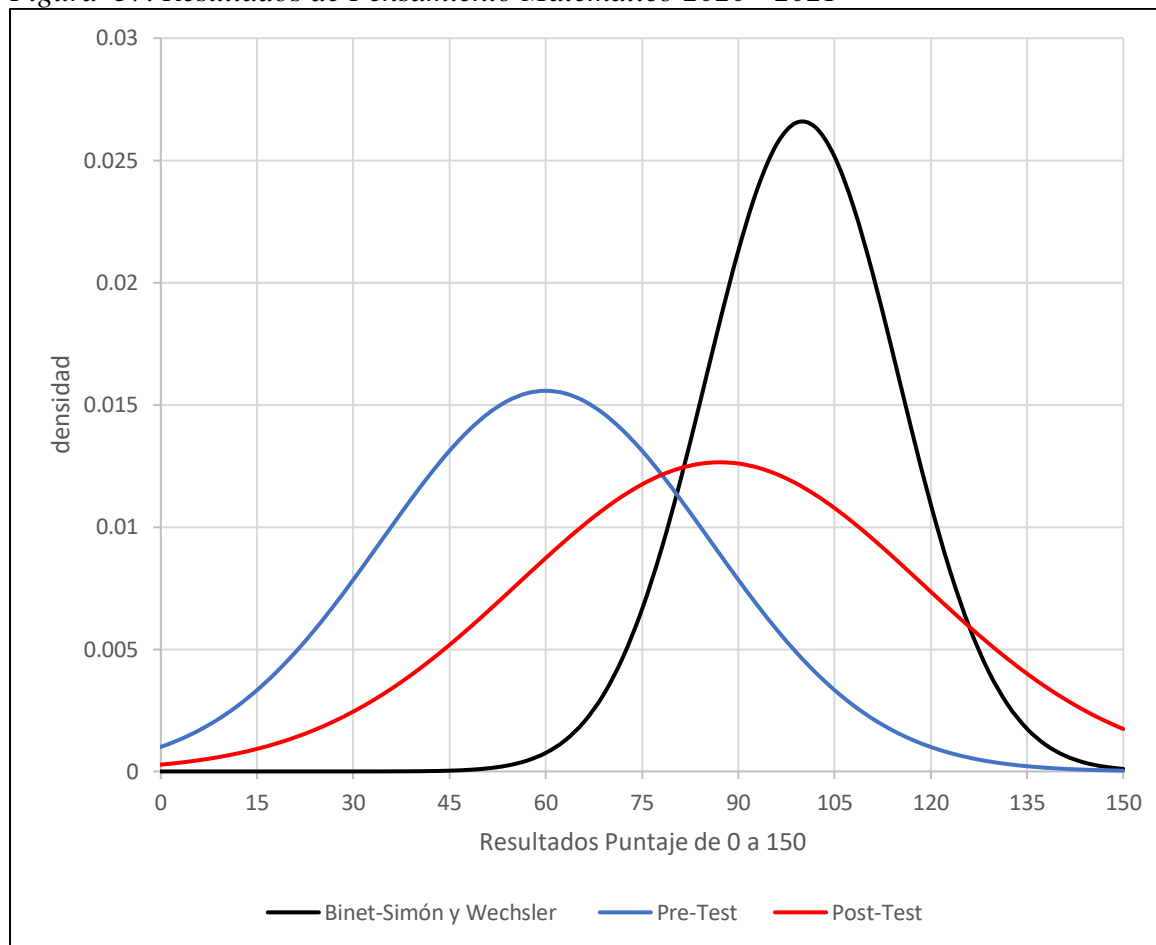


Nota: Elaboración propia

La Figura 37, muestra la totalidad de los resultados de pensamiento matemático en los dos años de muestreo, comparando los resultados estandarizados de los valores internacionales de pensamiento matemático desde coeficiente intelectual de Binet-Simón y Wechsler y los resultados de los años 2020 y 2021, antes del proceso de intervención en el pre-test y los resultados posteriores al proceso de intervención en el post-test; se observa mejoría en los resultados de pre-test.



Figura 37. Resultados de Pensamiento Matemático 2020 - 2021



Nota: Elaboración propia

Finalmente, como indica la Figura 37, la media de los grupos experimentales, posterior al proceso de intervención cae dentro del intervalo(rango) de las medias internacionales de las pruebas de Binet-Simón y Wechsler, es decir, el efecto del programa de intervención normalizo los resultados en los test de pensamiento matemático; detalles que permiten afirmar que los estudiantes de la Institución Educativa santo Domingo Savio de Chinchiná de Caldas – Colombia, que fueron sometidos al programa de intervención de Desarrollo del pensamiento computacional, mejoraron de manera significativa en sus habilidades de pensamiento matemático.

## 5. Discusión y Conclusiones

En este espacio se presenta a manera de discusión la experiencia en el desarrollo de la investigación en los temas de: búsqueda institucional de nuevas formas de desarrollo de aprendizajes, una vivencia desde la investigación en la coyuntura vivida por la emergencia sanitaria de Covid 19, el acercamiento socio-emocional como un factor importante en el desarrollo del pensamiento matemático, la relación entre pensamiento computacional y pensamiento matemático, el apoyo de herramientas tecnológicas de uso libre como lo es scratch, el papel que desempeña el docente en los procesos de aprendizaje del pensamiento computacional y las tendencias de resultados de pensamiento matemático de acuerdo a las características particulares del grupo de experimentación.

Por otra parte, también se presentan unas posibles líneas de investigación: el scratch como un medio para desarrollo del pensamiento, las pedagógicas fundamentadas en elementos emocionales de los participantes y las diferentes heurísticas en el desarrollo del pensamiento crítico de las personas; además se registra el impacto social que aporta el desarrollo de esta investigación.

Finalmente y como conclusiones se presentan argumentos a partir de los resultados de la investigación, sobre los temas de: una alternativa de mejora en los procesos de desarrollo del pensamiento matemático, un caso de éxito en indagación académica en la coyuntura de la emergencia sanitaria debida a Covid 19, el apoyo de herramientas tecnológicas desde el pensamiento computacional para la mejoría del desarrollo del pensamiento matemático, una posibilidad de cuantificar habilidades del pensamiento matemático por medio de pruebas calibradas y validadas internacionalmente y por último la relación entre pensamiento computacional y pensamiento matemático.

## 5.1. Discusión

Albert Einstein decía a sus estudiantes la frase: “si busca resultados diferentes no haga siempre lo mismo”, idea que pone de reflexión sobre la búsqueda y exploración de otras formas o alternativas de pedagogías para el desarrollo de aprendizajes; En el caso de la presente investigación se resalta que el 30 % de los estudiantes, que fueron sometidos a experimentación directa, fueron beneficiados por la mediación de herramientas tecnológicas enfocadas en el desarrollo del pensamiento computacional desde la mediación del lenguaje de programación Scratch; los resultados demuestran que estadísticamente este 30 % logra mejorar el desarrollo del pensamiento matemático, mientras que el 70% de estudiantes que no participaron del programa de intervención, presentan una tendencia de no mejoría significativa; probar esta alternativa de intervención mediada por tecnología posibilitó demostrar que se mejoran los resultados de las habilidades matemáticas en la muestra de estudio y se esperaría además, que exista mejora en los indicadores de desempeño escolar y obviamente en resultados de pruebas externas.

La estrategia del “club de programación de computadores”, extra clase y sin valoración en ningún espacio académico, sumado a la coyuntura de la pandemia por COVID-19, llevo a establecer un canal de comunicación directo entre maestro y estudiantes del grupo experimental, este canal de comunicación se logró mediado por la herramientas de tipo social WhatsApp y las videoconferencias, esta forma de trabajo fuera del desarrollo tradicional académico, posibilitó mucho más acercamiento del maestro hacia los estudiantes, hasta establecer comunicaciones personalizadas que se desarrollaban con el pretexto de desarrollar los retos que se facilitaban cada semana, logrando una conexión al compartir ideas, sentimientos y expresiones inclusive de tipo personal, debido a que el “encierro” en sus hogares, sumado a todo el problema que trae consigo

la coyuntura de pandemia por COVID-19, perdida o partida de sus seres queridos, y todas las dificultades que vivían diariamente los estudiantes en sus casas, llevaron de una u otra manera a que la conexión con el profesor generara una especie de catarsis, en el cual los participantes sentían acompañamiento más allá de un profesor tradicional, al de un maestro orientador que facilitaba los procesos de escucha y que además permitió al investigador expresar mensajes de ánimo y aliento en la difícil coyuntura vivida.

Las investigaciones sobre programas de intervención basados en pensamiento computacional, como por ejemplo el trabajo de Martínez (2018) “Relación entre pensamiento computacional y pensamiento matemático” o “ a text network analysis on computational thinking definitions to study its relationship with computer programming” de Moreno et al (2019), por citar algunas, posibilita y abre inmensas oportunidades de exploración hacia el desarrollo de las habilidades como son las diferentes maneras de resolver problemas y el análisis e interpretación de la realidad a partir de datos concretos, las cuales son herramientas que requieren las personas en las habilidades computacionales y matemáticas para la interpretación de datos, discernimiento de opciones en medio de grandes volúmenes de información, minería de datos, algoritmos en la solución de problemas , entre otros; el desarrollo de experiencias desde el pensamiento computacional, aporta habilidades de tipo comunicativas, de trabajo en equipo o colaborativo, de pensamiento crítico, de razonamiento con orientación en la solución de problemas, cualidades que se requieren actualmente en los ciudadanos, ya que se espera que éstos den respuesta a los interrogantes que coloca cada coyuntura, por estos motivos desarrollar este tipo de investigaciones proponen cambios significativos en las formas o estilos de formación desde los modelos pedagógicos tradicionales hacia estilos de educación apoyados por pensamiento computacional.

Uno de los desafíos que tiene la educación, es posibilitar alternativas que generen habilidades en el razonamiento lógico y resolución de problemas desde el pensamiento matemático, y el apoyo de programas basados en pensamiento computacional, como es la programación de computadores, se presenta como una gran posibilidad en este desafío, porque la tendencia del Pensamiento computacional como lo plantea Wing (2014), aporta en el desarrollo de habilidades como son: el pensamiento crítico, la descomposición, el reconocimiento de patrones, abstracción y generalización, perseverancia y tolerancia a errores, pensamiento algorítmico, creatividad, trabajo colaborativo y cooperativo; elementos que son fundamentales en las ciudadanías del futuro como lo afirma Zapotecatl (2014)

Abordar la búsqueda de alternativas para mejorar resultados en el desarrollo de pensamiento matemático, dinamiza, motiva y lleva a los maestros a estudiar el contexto, las necesidades y las alternativas para mejorar procesos de aprendizaje; tarea que no es simple y que además presenta la limitación de ajustarse a los contenidos curriculares del grado, de acuerdo al modelo y proyecto educativo de la institución educativa; sin duda, es urgente hacer cambios paradigmáticos, que lleven desde el aprendizaje por contenidos hacia una experiencia de aprendizaje basada en el desarrollo del pensamiento a partir de situaciones prácticas que se relacionen directamente con el contexto actual.

La idea del párrafo anterior riñe con los cumplimientos del deber ser en el desarrollo de los contenidos “mínimos” curriculares que se establecen desde el Ministerio de Educación Nacional de Colombia tanto desde sus lineamientos, estándares curriculares y hasta los Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA); pero es válido argumentar que por encima de los requerimientos del Ministerio de Educación de Colombia, está el contexto y es por ello que el proyecto Educativo

Institucional debe dar la posibilidad para desarrollar las acciones que den respuesta a las necesidades de la comunidad educativa específica y en ese momento es válido cualquier cambio paradigmático que dé respuesta de mejora a los procesos de enseñanza-aprendizaje.

Lastimosamente, proponer un programa de intervención mediado por herramientas computacionales con acceso a internet, supuso que los estudiantes debieran tener en sus hogares un computador con acceso a internet, requisito que excluyó del proceso a algunos estudiantes que no contaban con estos recursos; en un primer momento, al inicio de la investigación “antes de la pandemia”, se planteó el trabajo en el aula de informática del colegio o inclusive en el uso de las aulas de informática de la biblioteca pública de la Alcaldía de Chinchiná, como alternativa de trabajo (lo cual generalmente es limitado a causa de la demanda por uso de toda la comunidad); pero sin lugar a dudas el tema de acceso a la conectividad, es un aspecto fundamental que se debe evaluar y repensar en los procesos de calidad educativa desde las políticas públicas educativas, además la coyuntura vivida por emergencia sanitaria de pandemia por COVID 19, dejó como reto al sistema educativo la necesidad de conectar y apoyar los procesos de enseñanza – aprendizaje, mediados por tecnologías digitales conectadas a internet con diferentes dispositivos, como los computadores, las tablets y los smartphones, a expensas de excluir de los procesos educativos a las personas que no tienen acceso a conectividad.

La idea del párrafo anterior propone la reflexión sobre el paso de un rol tradicional de maestro que centra su ejercicio pedagógico en la enseñanza, hacia un maestro orientador que posibilita abrir canales de comunicación, de tal manera que se valore y resalte a cada estudiante como una persona compleja con características únicas, lo que permite además resignificar la relación de aprendizaje

y vitalizar este mismo ejercicio tanto en estudiantes como en maestro, donde podríamos afirmar que se logró un “gana-gana” para todos .

Para el desarrollo del programa de intervención se ha utilizado el material, tutoriales, guías de orientación y sitio de la “Comunidad Programamos” (<https://comunidad.programamos.es/>), esta comunidad en colaboración con el grupo de Investigación Media Lab del Instituto Tecnológico de Massachusetts (MIT) , promueven el desarrollo del Pensamiento Computacional mediante el aprendizaje del Lenguaje de Programación Scratch; el material y recursos utilizados son de uso libre; gracias a estas herramientas facilitadas, tanto por la Comunidad Programamos, como por el grupo de Investigación Media Lab del Instituto Tecnológico de Massachusetts (MIT), se logró desarrollar el programa de Intervención de manera idónea mediante 16 temáticas y desafíos que de manera lúdica se desarrollaron con el grupo experimental semana a semana; este tipo de soportes son apoyos bidireccionales interesantes, por una parte ofrecen de manera libre los desarrollos que están avanzando desde su experiencia investigativa y por otra parte impactan socialmente en los programas de investigación que lideran desde el grupo Media Lab del Instituto Tecnológico de Massachusetts (MIT).

La calidad de maestro y orientador del grupo de grado octavo de la Institución Educativa Santo Domingo Savio de Chinchiná (Caldas-Manizales), siendo además el investigador del presente trabajo, facilitó el desarrollo del trabajo; promover la labor de investigación desde las aulas de clases con los grupos que están a cargo del maestro orientador, tal como lo postula Stenhouse (1975) en su propuesta de maestros investigadores que a partir de las necesidades de los estudiantes y desde las condiciones del contexto, el maestro explore posibilidades que desarrollen las potencialidades de aprendizaje que den respuesta a las condiciones del espacio, tiempo y personas,

enfoque que le permite al maestro asumir un compromiso de cambio social y de esta manera resignificar la labor del maestro hacia la vocación de investigador desde su ejercicio del rol como pedagogo y como agente de cambio de transformación social.

A partir de los resultados obtenidos en el presente estudio, desde grupos experimentales y de control por variable de género, estadísticamente los hombres obtienen mejores resultados que las mujeres, evidencias que se observan coincidentes tanto en las pruebas pre-test como post-test y que por demás se podrían relacionar con la tendencia que plantean Bers et al (2014) quienes afirman que los estudiantes egresados de programas con formación con base en ciencias exactas como las matemáticas, son en su mayoría hombres y en un bajo porcentaje mujeres, indicando que el paradigma del gusto por estas profesiones nace en la habilidad o motivación por el pensamiento matemático; obviamente este argumento que puede ser un paradigma que se ha convertido por demás en un prejuicio, se ha convertido en un reto para la sociedad, sobre todo hoy que se promulga la igualdad de género por dignidad humana, pero por demás no solo debe ser una promulga social, sino que de fondo trae consigo cambios en las didácticas y formas de hacer vivenciar los procesos de desarrollo del Pensamiento matemático, hacia abrir espacios que promuevan igualdad de género.

Vale la pena discutir sobre los resultados por edades, por cuanto el grupo de estudio oscila entre los 12 años y los 17 años, la edad normal de los estudiantes del grado octavo que se estudió debería ser entre 12 y 13 años; en todos los test realizados se obtuvieron mejores puntajes en los estudiantes de edades entre 12 y 13, ; por una parte Vygotsky (1934) afirma que el desarrollo del pensamiento de las personas se genera desde la experiencia en relación con el ambiente que rodea al individuo, pero aclarando que el conocimiento es acumulativo y que por demás en personas mayores se esperarían mejores habilidades frente a personas de menor edad; y por otra parte Piaget



(1985) afirma que el desarrollo del pensamiento es progresivo en la relación de espacio-tiempo, lo cual permitiría comprender que se esperaría mejores resultados de las personas mayores a la edad normal del grado de estudio; además Villarini (2014) resalta que la habilidad del pensamiento matemático tiene relación con la ejercitación misma, la cual depende en gran medida por la condición motivacional y ejercitación de los procesos normales de desarrollo de las personas.

Teniendo en cuenta las ideas del párrafo anterior, podría darse que los estudiantes mayores de 13 años pudieran presentar algunas dificultades en sus racionamientos o relaciones de variables y datos en el desarrollo de su pensamiento matemático, como resultado de las diferentes motivaciones e historias de vida de estos; estos argumentos permiten inferir que los estudiantes normalizados en edades entre 12 y 13 años obtienen mejores resultados que los compañeros de mayor edad debido a su condición de procesos normalizados en el desarrollo de su pensamiento matemático.

El dialogo entre los estudiantes que vivieron el proceso de intervención, con el docente investigador, implicó cambio desde los roles tradicionales y típicos de maestro-estudiante hacia una relación de mejor calidad de comunicación entre los involucrados, lo cual permitió desarrollar apoyo emocional en las condiciones de pandemia, en este dialogo el maestro se convirtió en orientador desde la escucha a partir de los sentimientos y pensamientos que expresaban los estudiantes en las diferentes situaciones vividas en el encierro por las condiciones de la emergencia sanitaria por COVID 19; este cambio de formas de comunicación basadas en lo emocional , puede ser uno de los elementos en favor de la mejoría de los resultados y que llevan al autor a reflexionar sobre el papel del maestro como orientador por una parte el papel de la tecnología en los procesos comunicativos y de aprendizaje, y la relación de tipo personal y emocional como apoyo en las

inquietudes y desarrollo vital de los estudiantes, lo pone de precedente el quehacer cotidiano del ejercicio pedagógico tradicional del maestro, hacia una docencia más conectada con la vida y circunstancias propias de cada estudiante.

Un componente importante y de discusión se registra en algunos elementos desde la matriz FODA, tanto en los aspectos internos del desarrollo de la investigación como los aspectos externos del proceso elaborado, como se indica a continuación en Tabla 19:

Tabla 19.

*Análisis crítico situacional del desarrollo investigativo*

<u>Fortalezas</u>	<u>Oportunidades</u>
<p>La experiencia permitió una adecuada comunicación con los estudiantes del grupo experimental.</p> <p>Un elemento que se puede valorar como fortaleza es la motivación de los estudiantes por la usabilidad de los recursos tecnológicos.</p> <p>El proyecto permito acercarse de manera más asertiva a los estudiantes del experimento y conocer las condiciones particulares de ellos y a partir de esta conexión hacer un acompañamiento personalizado a ellos, en las circunstancias que se desarrolló el proyecto.</p> <p>El apoyo del grupo de Investigación Media Lab del Instituto tecnológico de Massachusets (MIT), quienes facilitaron la experiencia y la herramienta Scratch para posibilitar el programa de intervención.</p> <p>El apoyo institucional de la Institución Educativa Santo Domingo Savio, del Municipio de Chinchiná, quienes a través de su equipo directivo manifestó el interés y apoyo al desarrollo del proyecto, por cuanto el colegio busca alternativas para mejorar sus resultados académicos y la investigación evalúa una alternativa en los procesos de mejora de aprendizajes.</p>	<p>La coyuntura vivida por la emergencia sanitaria de Covid 19, posibilito el desarrollo del proyecto con mediación tic.</p> <p>Acceso al aula de computadores de la biblioteca pública de la Alcaldía del Municipal de Chinchiná para desarrollar el proyecto, aunque a pesar de esta oportunidad, no se dio uso a causa del encierro de la población por la pandemia.</p> <p>El investigador al tener el roll de maestro docente del grupo de estudiantes objeto de la investigación, posibilito el desarrollo de la misma.</p> <p>El desarrollo de la investigación posibilito motivar a los estudiantes en sus proyectos de vida a pensar en sus futuros hacia el estudio de ingenierías, lo cual es una necesidad en el País y en el mundo.</p>

<u>Debilidades</u>	<u>Amenazas</u>
<p>El acceso a conectividad por parte de algunos estudiantes que querían participar del proceso de intervención, pero lastimosamente no se pudo por la carencia de computadores, tablets e internet.</p> <p>La presente investigación bajo desarrollo afectado por la situación de emergencia sanitaria por covid-19, en el trabajo virtualizado desde sus casas se puede prestar escenarios de apoyo de terceras personas, a pesar de que los estudiantes conocen que los test no afectan sus resultados académicos, pero queda la idea de sesgo debido a posibles fraudes por parte de los estudiantes.</p>	<p>El manejo de los tiempos en circunstancias de incertidumbre, debida a la misma condición de pandemia, era un factor que estaba latente en el desarrollo del proyecto.</p>

Nota: Elaboración propia

A partir de las ideas de discusión también se presentan unas posibles nuevas líneas de investigación, como se enumeran a continuación:

**Posibles nuevas líneas de investigación:**

- A manera de propuesta desde lo desarrollado en el presente trabajo se ve muy interesante el indagar procesos de mejora de habilidades en el pensamiento, por medio de lenguajes de programación como Scratch.
- Por otra parte, también se vislumbra el indagar opciones a partir de metodologías lúdicas, las cuales de por si tienen reglamentos o normas que implican la participación de todos los integrantes del equipo en trabajo colaborativo, el manejo de los liderazgos, las habilidades comunicativas y el diseño y prueba de diferentes estrategias para lograr el éxito de las actividades, detalles que buscan la mejora de las habilidades de razonamiento.
- A partir de los diálogos con los estudiantes se logra identificar la problemática de la gestión de las habilidades emocionales y como estas intervienen en los procesos de mejora de las habilidades del pensamiento y razonamiento lógico, en los discernimientos a los cuales se enfrentan los estudiantes en su vida.

- Las diferentes posibilidades de heurísticas mediadas por herramientas tecnológicas en búsqueda de mejora de las habilidades del desarrollo del pensamiento.

Desde el desarrollo de la presente investigación se presenta como aporte a la sociedad:

**Aportaciones para la Sociedad desde el proceso de la Investigación:**

- La experiencia deja como resultado que el apoyo del desarrollo de pensamiento computacional en las personas, mejora considerablemente las habilidades de razonamiento y posibilidades que tienen los individuos en la resolución de problemas; este hecho aporta significativamente a la sociedad, por cuanto la experiencia se convierte en una alternativa para mejora de los ciudadanos globales que necesita el mundo, que desde su creatividad, indagación y procesos de desarrollo influyan directamente en la construcción de una mejor sociedad.

## 5.2. Conclusiones

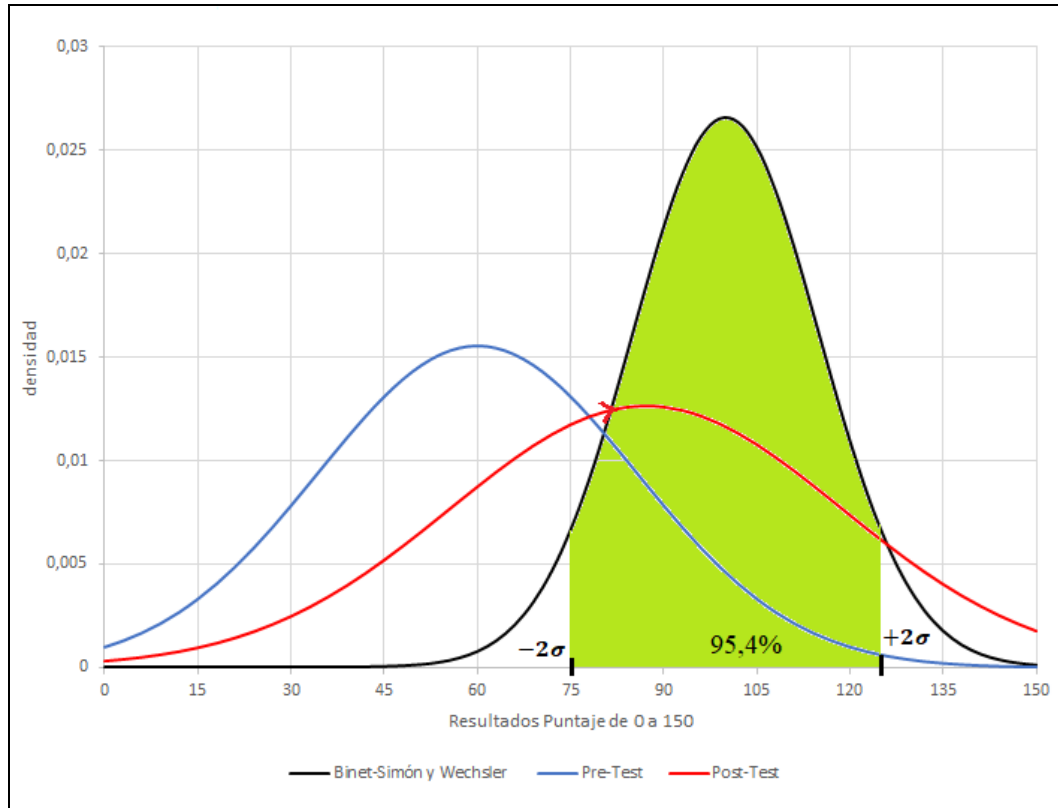
El interés de la Institución Educativa Santo Domingo Savio de Chinchiná (Caldas-Colombia), en mejorar los resultados obtenidos en las pruebas externas de la calidad educativa “Pruebas Saber del ICFES”, y teniendo en cuenta que uno de los principales componentes que se evalúa es el pensamiento matemático, motiva al maestro investigador a generar una alternativa adicional al desarrollo normal de las clases de su curso de matemáticas de grado octavo, de tal manera que esta alternativa dé respuesta a procesos de mejora en los resultados de las pruebas externas aquí mencionadas; estas razones orientan este proceso investigativo sobre la correlación entre el pensamiento computacional y el pensamiento matemático; para lograr este objetivo se desarrolló un programa de intervención basado en programación de computadores, mediante la herramienta de programación Scratch y se evaluó el nivel de pensamiento matemático antes y después del proceso de intervención en habilidades computacionales en jóvenes de la Institución Educativa Santo Domingo Savio de Chinchiná (Caldas-Colombia), con el desarrollo de esta investigación se pudo concluir, de acuerdo a la evidencia estadística, que hubo una mejora significativa en las habilidades matemáticas después de dicha intervención.

Antes de la coyuntura de emergencia sanitaria por COVID 19, el grupo de estudio, mostraba especial interés en la manipulación de herramientas tecnológicas y plataformas digitales, por este motivo se proyectó un trabajo de indagación a partir de la mediación de herramientas tecnológicas, como un espacio alternativo, extra clase y sin afectación en sus calificaciones que modifiquen su evaluación escolar, para probar alternativas en mejora de procesos de desarrollo de aprendizaje en el grupo de estudio, desde la participación libre y voluntaria, con autorización de los representantes

legales de los estudiantes, para desarrollar el programa de intervención, denominado: “club de programación de computadores”; una vez finalizado el proceso de investigación se puede afirmar que el presente trabajo se convierte en una evidencia, desde la usabilidad de tecnologías orientadas al desarrollo del pensamiento computacional y puntualmente la potencialidad de las conectividades de tipo digital en mejora y apoyo de los procesos de enseñanza-aprendizaje.

Cuantificar los resultados de pensamiento matemático del grupo de estudio, permitió indagar sobre los test de inteligencia o de coeficiente intelectual, desde la valoración del pensamiento numérico, pensamiento espacial, pensamiento métrico, pensamiento probabilístico y pensamiento variacional, para esto se tomaron como referentes los test internacionales de Binet-Simón y Wechsler, a partir de estos test se formuló tanto el pre-test como el post-test y los resultados obtenidos permitieron contrastar los niveles de pensamiento matemático del grupo de estudiantes de la Institución Educativa Santo Domingo Savio de Chinchiná (Caldas-Colombia), con los resultados internacionales estandarizados de Binet-Simón y Wechsler, mostrando que después de la aplicación del programa de intervención, los resultados del grupo experimental se acercaban más a las medias en la escala de las pruebas internacionales de Binet-Simón y Wechsler, como se indica en la Figura 38. en la región sombreada de color verde, la cual representa el 95.4% del total de las medias internacionales.

Figura 38. Resultados de la intervención, comparado con el intervalo del 95,4% de medias internacionales, de dos desviaciones estándar.



Nota: Elaboración propia

El presente trabajo se proyectó como una investigación de corte cuantitativo, se trabajó con dos grupos de estudiantes bien diferenciados unos que vivenciaron el programa de intervención, grupo experimental y que representan el 30 % de la muestra de estudio y otro que no vivencio la fase experimental pero que sí se sometió a evaluación de desarrollo de pensamiento computacional el cual lo denominamos grupo de control y que es el 70 % de la muestra de estudio, el diseño metodológico propone comparaciones y validaciones de la Hipótesis planteada en el estudio y de esta manera se pudo evaluar y confrontar las variables de estudio, y tal como lo indican los resultados presentados afirmar que, la mediación de tecnologías desde el desarrollo de habilidades de pensamiento computacional, por medio de los espacios extra clases, apoyan mejorando estadística y significativamente el desarrollo del pensamiento matemático.

A partir de la teoría de Denning (2017), que afirma que existe una relación estrecha entre el desarrollo del pensamiento computacional, fundamentado en el pensamiento matemático, debido a que el pensamiento computacional necesita de habilidades del pensamiento matemático, para que este se pueda desarrollar de manera eficiente, también se puede citar a Martínez (2018), que en su tesis de “Relación entre pensamiento computacional y pensamiento matemático”, establece que entre los dos tipos de pensamiento existe una simbiosis de apoyo mutuo y tanto el pensamiento computacional usa al pensamiento matemático, como el pensamiento matemático utiliza al pensamiento computacional para la solución de problemas complejos como se visualiza en la Figura 29; en la presente investigación, se evidencia que los resultados obtenidos en el grupo de estudiantes de tipo experimental en los diferentes tipos de pensamiento matemático, mejoran de manera considerable.

Por estas razones podemos afirmar que, la experiencia de desarrollo de pensamiento computacional permiten mejorar las formas y heurísticas para resolver problemas, modelación, análisis e interpretación de realidad, gestión de datos y relación de variables, detalles que permiten evidenciar que para los estudiantes de grado octavo de la Institución Educativa Santo Domingo Savio de Chinchiná (Caldas-Colombia) en los años 2020 y 2021, el pensamiento computacional aporta mejora significativa en el desarrollo del pensamiento matemático, idea en el otro sentido propuesta por Denning (2017) y que apoya la afirmación de Martínez (2018)



Figura 39. Relación entre Pensamiento Matemático y Pensamiento Computacional, según Denning (2017)

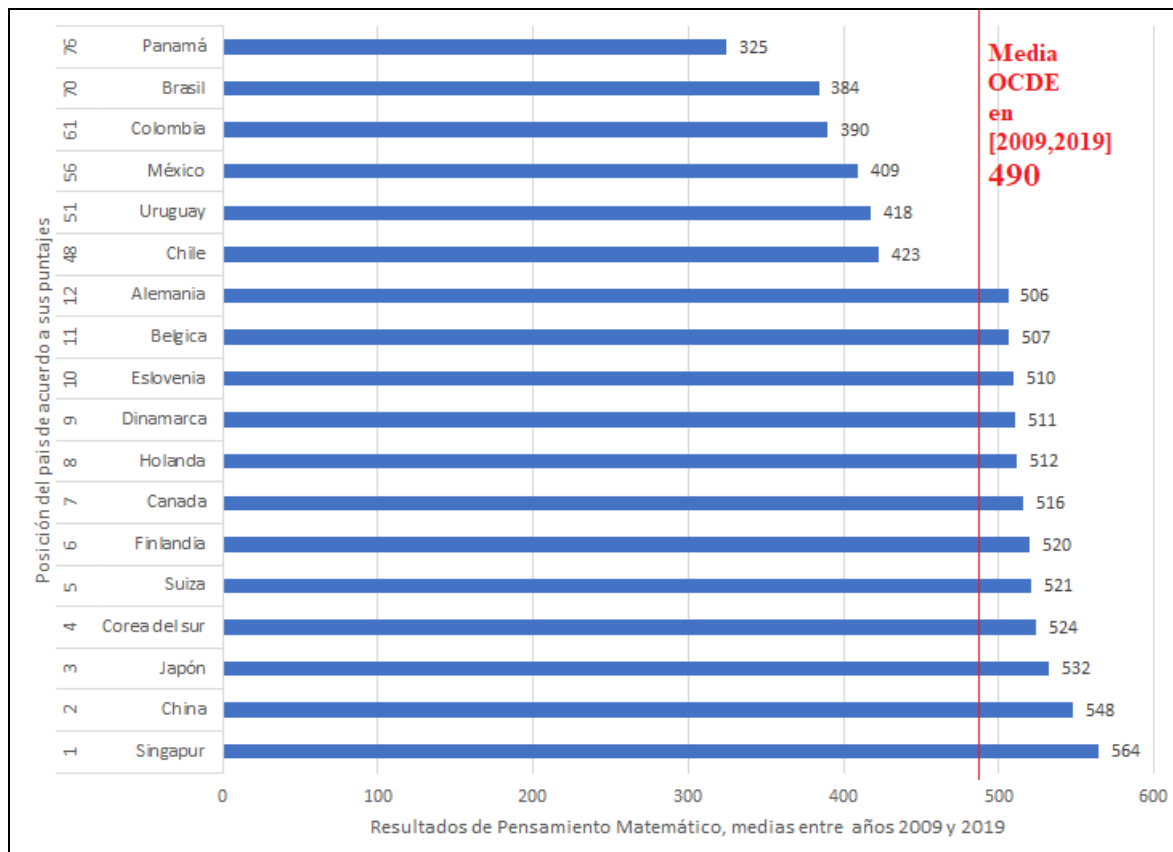


Nota: Elaboración propia

Desarrollar una investigación con referentes de tipo internacional como son los test internacionales de Binet-Simón y Wechsler, brinda garantía, control y confianza en los respectivos análisis de resultados; es por ello que en el presente trabajo se utilizan como referentes, detalle que por demás posibilita desarrollar indagaciones sobre supuestos calibrados y que permite comparar los resultados obtenidos; vale la pena resaltar que los test internacionales de Binet-Simón y Wechsler toman medias internacionales de coeficiente intelectual(CI), las cuales no corresponden plenamente con las medias de calificaciones de pensamiento matemático de las pruebas Saber Icfes de Colombia, pero que si permiten hacer una adecuada comparación del desarrollo de los

niveles de pensamiento matemático desde el coeficiente intelectual(CI); por otra parte los resultados de Pensamiento matemático de las medias internacionales de las pruebas Pisa, siempre son mayores que las medias colombianas, como se indica en la Figura 40, el cual muestra las medias de los años comprendidos entre 2009 y 2019, en estos registros Colombia se sitúa en el puesto 61 con media de 390, 100 puntos por debajo de la media de la OCDE, mientras que las medias de los 12 mejores países en Matemáticas oscilan entre puntajes de 506 a 564.

Figura 40. Media del Pensamiento Matemático en pruebas PISA, [2009,2019]



Nota: Adoptado de OCDE (2020), tomado de <https://www.bbc.com/mundo/noticias-internacional-50643441>

## Referencias Bibliográficas

- Adell, J. S., Llopis, M. A. N., Esteve, M. F. M., y Valdeolivas, N. M. G. (2019), El debate sobre el pensamiento computacional en educación. RIED. Revista Iberoamericana de Educación a Distancia, 22(1), pp. 171-186. doi: <http://dx.doi.org/10.5944/ried.22.1.22303>
- Alsina A. (2020), Conexiones matemáticas a través de actividades STEAM en Educación Infantil, Revista Iberoamericana de Educación Matemática UNION, Número 58, paginas 168-190, ISSN: 1815-0640
- Alvarez J., Taxa F., Flores R y Olaya S. (2019), Proyectos educativos de gamificación por videojuegos: desarrollo del pensamiento numérico y razonamiento escolar en contextos vulnerables. EDMETIC, Revista de Educación Mediática y TIC, Universidad San Ignacio de Loyola, Lima, Perú.
- Arismendi, C., y Díaz, E. (2008). Promoción del Pensamiento Lógico Matemático y su incidencia en el Desarrollo integral de niños entre 3 y 6 años de edad. (Tesis de pregrado), Universidad de Carabobo, Venezuela.
- Bain, S. K., & Allin, J. D. (2005). Book review: Stanford–Binet intelligence scales, fifth edition. *Journal of Psychoeducational Assessment*, 23, 87–95.  
<https://journals.sagepub.com/doi/10.1177/073428290502300108>
- Babbie E. (2014), Fundamentos de la Investigación Social, Universidad Chapman, International Tompson Editores, México.
- Becker, K (2003), History of the Stanford–Binet intelligence scales: Content and psychometrics.  
[https://www.hmhco.com/~media/sites/home/hmh-assessments/clinical/stanford-binet/pdf/sb5\\_asb\\_1.pdf?la=en](https://www.hmhco.com/~media/sites/home/hmh-assessments/clinical/stanford-binet/pdf/sb5_asb_1.pdf?la=en)
- Bermúdez S. (2018), Propuesta de estrategias metodológicas para el desarrollo de pensamiento lógico matemático en la resolución de problemas tipo saber del componente Geométrico – Métrico, Maestría en Educación, facultad de Ciencias de la Educación, Universidad del Tolima, Colombia.
- Bertalanffy V. (1976), Teoría General de los Sistemas. Editorial Fondo de Cultura Económica. México.
- Bers, M., Flannery, L. Kazakoff, E. y Sullivan, A. (2014). Computational thinking and tinkering: Exploration of an early childhood robotics curriculum. *Computers and Education*, 72, 145-157. <https://doi.org/10.1016/j.compedu.2013.10.020>.
- Bocconi S., Chiocciariello A., Dettori G., Ferrari A. y Engelhardt K. (2016). Developing Computational Thinking in Compulsory Education. Implications for policy and practice, European Commission. [http://publications.jrc.ec.europa.eu/repository/bitstream/JRC104188/jrc104188\\_computhinkreport.pdf](http://publications.jrc.ec.europa.eu/repository/bitstream/JRC104188/jrc104188_computhinkreport.pdf)

- Bordignon F. e Iglesias A. (2020), Libro Introducción al pensamiento computacional, Editorial Universitaria EDUCAR, Ciudad Autónoma de Buenos Aires, Argentina.
- Brennan, K., & Resnick, M. (2016). Entrevistas basadas en artefactos para estudiar el desarrollo del Pensamiento Computacional (PC) en el diseño de medios interactivos. Documento presentado en el encuentro anual de la “American Educational Research Association”, AERA 2016, Vancouver, BC, Canadá
- Brito M., López J. y Parra H. (2019), Planeación didáctica en Educación, Investigación – Acción en las escuelas primarias de Ciudad de México, Magis. Revista Internacional de Investigación en Educación, vol. 11, núm. 23, Pontificia Universidad Javeriana, Bogotá, Colombia.
- Bruni, F, y Nisdeo, M. (2017). Educational robots and children’s imagery: A preliminary investigation in the first year of primary school. *Research on Education and Media*, 9(1), 37-44. <https://doi.org/cxnq>
- Bustamante R. y Balarezo S. (2019), Experiencias de Serious Gaming para la enseñanza superior, los casos de uso de la plataforma adventures wildgoose, XXII Congreso Internacional, tecnología e Innovación para la diversidad y calidad de los aprendizajes, Libro de Comunicaciones EDUTEC 2019, Facultad de Educación, Pontificia Universidad Católica del Perú, Lima, Perú
- Caballero, F y Espíndola, J. (2016), El rechazo al aprendizaje de las matemáticas a causa de la violencia en el bachillerato tecnológico, *Revista RA XIMHAI*, ISSN 1665-0441, Volumen 12, Número 3, Edición especial, Universidad Autónoma Indígena de México, El Fuerte, México. <https://www.redalyc.org/pdf/461/46146811009.pdf>
- Canals (2014), *Vivir las matemáticas*, Barcelona, España, Ediciones Octaedro S.L
- Cantoral R.(2005), *Desarrollo del pensamiento matemático*. México: Universidad Virtual.
- Cantoral, R., Farfán, R.M., Cordero, F., Alanís, J.A., Rodríguez, R.A. y Garza, A. (2005). *Desarrollo del Pensamiento Matemático*. México: Trillas.
- Cantoral, R., Molina, J.G. y Sánchez, M. (2005). Socioepistemología de la Predicción. En J. Lezama, M. Sánchez y J.G. Molina (Eds.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* (Volumen 18, pp. 463-468). CLAME: México.
- Campbell, D. y Stanley, J. (1973). *Diseños experimentales y cuasi experimentales en la investigación social*. (Traducción de Mauricio Kitaigorodski), Amorrortu Editores. (Trabajo original publicado en 1966). Argentina
- Castaño L. (2018), *Proyecto de aula para el fortalecimiento en el desarrollo del pensamiento lógico-matemático*, Facultad de Ciencias, Universidad de Medellín, Antioquia, Colombia.

- Castañon, J. (2017). La construcción de lo real en el niño. Inteligencias lógicas-matemáticas, Universidad pedagógica nacional de Colombia.
- Centurión J. (2018), Aprendizaje basado en problemas para desarrollar el pensamiento crítico en estudiantes de electrónica del IESTP “República Federal de Alemania”, Facultad de Educación, Escuela de Postgrados, Universidad Cesar Vallejo, Chiclayo, Perú.
- Chapman O. (2011). Supporting the development of mathematical thinking. En B. Ubuz (Ed.). Proceedings of the 35th International Conference for the Psychology of Mathematics Education, 1, 69-75. Ankara, Turkey: PME
- Chen, G., Shen, J., Barth-Cohen, L., Jiang, S., Huang, X., y Eltoukhy, M. (2017). Assessing elementary students’ computational thinking in everyday reasoning and robotics programming. *Computers & Education*, 109, 162-175. doi: <https://doi.org/10.1016/j.compedu.2017.03.001>
- Cofre, A. y Tapia, L. (2013). Como desarrollar el razonamiento lógico matemático (4 ed) Ed Planeta, Santiago de Chile.
- Coronell E., y Lima G. (2020), El Pensamiento Computacional. Nuevos retos para la educación del siglo XXI, Revista: Virtualidad, Educación y Ciencia. Año 11, numero 20 2020, ISSN 1853-6530, Universidad Nacional de San Luis, Argentina
- Cuesta, M. (2009). Introducción al muestreo. Universidad de Oviedo, España.
- DANE (2019), Informe del Número y porcentaje de estudiantes matriculados en el año 2019, Bases de Datos del Departamento Administrativo de estadísticas Nacionales de Colombia, <https://www.dane.gov.co/index.php/estadisticas-por-tema/educacion/poblacion-escolarizada/educacion-formal>
- Denning, P. J. (2017). Remaining trouble spots with computational thinking. *Communications of the ACM*, 60(6), 33-39. doi: <https://doi.org/10.1145/2998438>
- Diaz J. y Diaz R. (2018), Los Métodos de Resolución de problemas y el Desarrollo del Pensamiento Matemático, *Bolema, Rioclaro*, V 32 No. 60. ISSN: 1980-4415, Universidad Pedagógica de la Habana, La Habana, Cuba.
- Dorling, M., Selby, C. & Woollard, J. (2015). Evidence of Assessing Computational Thinking. IFIP 2015, A New Culture of Learning: Computing and Next Generations. Vilnius, Lithuania. <http://eprints.soton>.
- EAFIT-INFOSYS (2019), Necesidades de la Industria TI en Colombia, estudio para el Ministerio de tecnologías de la Información y Comunicaciones, Colombia, <https://sistemas.uniandes.edu.co/images/forosisis/foros/ftti/1FNTTIEstudios-EAFIT-INFOSYS.pdf>

- Erazo N. (2018) Empleo de los bloques lógicos como estrategia para el desarrollo del pensamiento lógico – matemático en niños y niñas de 5 años, Facultad de Educación, Universidad Católica los Ángeles de Chimbote, Huaraz, Perú.
- Estrada M., Pizarro N. y Salcedo E. (2019), Método Singapur para el desarrollo del pensamiento matemático en la básica primaria, Facultad de Educación, Universidad de la Costa, Barranquilla, Colombia.
- Galvis W., Abasolo M. y Ciji Blanca (2019), Experiencias educativas con realidad aumentada por estudiantes universitarios, Universidad Técnica de Ambato y Universidad nacional de la Plata, XXII Congreso Internacional, tecnología e Innovación para la diversidad y calidad de los aprendizajes, Libro de Comunicaciones EDUTEC 2019, Facultad de Educación, Pontificia Universidad Católica del Perú, Lima, Perú.
- Gamboa, R & Ballestero, E. (2009). La enseñanza y aprendizaje de la geometría en secundaria, la perspectiva de los estudiantes. *Revista Electrónica Educare*, 14 (2) 125-142.
- García, F (2012), Una Mirada a la formación en Ingeniería en el Contexto Internacional, “Plan estratégico 2013 – 2020”, Asociación Colombiana de Facultades de Ingeniería (ACOFI), Bogotá, Colombia.
- García R. y García C. (2020), Metodología STEAM y su uso en Matemáticas para estudiantes de bachillerato en tiempos de pandemia Covid-19, *Revista de Ciencias de la Educación*, Vol. 6, núm. 2, Especial junio 2020, pp. 163-180, Pontificia Universidad Católica del Ecuador Sede Manabí, Portoviejo, Ecuador
- Gardner, H. (1993). *Estructuras de la mente: La teoría de las inteligencias múltiples*, Santafé de Bogotá, D.C., Colombia
- Gardner, H. (1995). *Inteligencias múltiples. La teoría en la práctica*. Paidós, Barcelona, España.
- Gómez, A. (2014). Historia Social de la Educación Matemática en Iberoamérica: cincuenta años de reforma en el currículo colombiano de Matemática en los niveles básico y medio de educación. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática: UNIÓN*. Pág 155-176.
- Gonzales W. (2007), *Las Ciencias de diseño: Racionalidad limitada, predicción y prescripción*, Netbiblio S.L, España
- González Y. y Muñoz A. (2017), Educational robotics for the formation of programming skills and computational thinking in childish. In 2017 International Symposium on Computers in Education (SIIE) (pp. 1-5). IEEE. <https://doi.org/10.1109/SIIE.2017.8259652>
- Hernández R., Fernández C. y Baptista P. (2010). *Metodología de la investigación*. Quinta Edición, Ed. McGraw-Hill, México
- Hitschfeld N., Pérez J., Simmonds J. (2015), *El pensamiento computacional y la*

programación e nivel escolar en Chile: El valor de formar a los innovadores tecnológicos del futuro, Revista Bits de Ciencia del Departamento de Ciencias de la Computación de la Universidad de Chile, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas (FCFM), Chile.

ICFES (2018), Resultados Nacionales, pruebas saber 3,5,9, años 2012 – 2017, ICFES, Ministerio de Educación, Bogotá, Colombia.

Isaza J. F. (2020), Resultados de Colombia en Pruebas Pisa del año 2020, Universidad Tadeo Lozano, Bogotá, Colombia, agosto 29 de 2020, sitio web:  
<https://www.utadeo.edu.co/es/noticia/utadeo-en-los-medios/home/1/en-las-pruebas-pisa-colombia-sigue-ocupando-el-ultimo-lugar-entre-los-paises-de-la-ocde>

Jáuregui A. (2018), Desarrollo del pensamiento computacional mediante Scratch utilizando una herramienta e-Learning, Facultad de Ingeniería y Arquitectura, Universidad de Pamplona, Colombia

Jáuregui, J. y Alba B. (2018), Desarrollo del pensamiento computacional mediante Scratch utilizando una herramienta e-Learning, Tesis facultad de Ingeniería y Arquitectura, Universidad de Pamplona, Colombia

Juárez M. y Aguilar M. (2018), El método Singapur, propuesta para mejorar el aprendizaje de las matemáticas, Revista Números, Revista Didáctica de las matemáticas, Sociedad Canaria Isaac Newton de profesores de matemáticas, Puebla, México.

Kamphaus, R.W., Winsor, A.P., Rowe, E.W., & Kim, S. (2005). A history of intelligence test interpretation. In D.P. Flanagan and P.L. Harrison (Eds.), *Contemporary intellectual assessment: Theories, tests, and issues* (2nd Ed.) (pp. 23–38). New York: Guilford

Kaplan, R. M., & Saccuzzo, D. P. (2005). *Psychological testing: Principles, applications, and issues*. Thomson Wadsworth, EEUU

Linares A. (2018), Desarrollo Cognitivo: Las teorías de Desarrollo de Jean Piaget y Vitgostky, Revista del Colegio Oficial de Psicólogos de Catalunya, Universidad Autónoma de Barcelona, España, [http://www.paidopsiquiatria.cat/files/teorias\\_desarrollo\\_cognitivo\\_0.pdf](http://www.paidopsiquiatria.cat/files/teorias_desarrollo_cognitivo_0.pdf)

Lubin, P, Macià, A, Rubio de Lerma, P. (2005). *Psicología matemática I y II*. Madrid: UNED

Martínez J. (2018), Relación entre pensamiento computacional y pensamiento matemático, Revista Aprendizaje, Comunicación e innovación, Universidad de los Andes, Colombia.

Martínez L. y Guadrón E. (2018). Fortalecimiento del pensamiento variacional a través de una intervención mediada con TIC en estudiantes de grado noveno. *Revista Investigación, Desarrollo e Innovación*, Universidad Tecnológica y Pedagógica de Colombia, Bogotá, Colombia. 9(1), 91-102 doi:10.19053/20278306.v9. n1.2018.8156

Mason, J., Burton, L. & Stacey, K. (1982). *Thinking Mathematically*. Addison Wesley. London.

- Mason, J., Stephens, M. & Watson, A. (2009). Appreciating Mathematical Structure for All. *Mathematics Education Research Journal*. 21(2), 10-32.
- MEN (1994), *Ley general de la Educación*. Ley 115 de febrero 8 de 1994, Ministerio de Educación, Republica de Colombia.
- MEN (2006), *Lineamientos curriculares y estándares básicos de competencias del Ministerio de Educación Nacional de Colombia*, República de Colombia.
- MEN (2008), *Guía No.30, Orientaciones generales para la educación en tecnología, Ser Competentes en Tecnología: ¡Una necesidad para el desarrollo!*, Ministerio de Educación Nacional de la República de Colombia (MEN)
- MEN (2017a), *Segunda versión de los lineamientos y estándares curriculares*, Ministerio de Educación Nacional de Colombia, República de Colombia.
- MEN (2017b), *Derechos Básicos de Aprendizaje de Matemáticas en Colombia Versión 2*, Ministerio de Educación Nacional, Republica de Colombia.
- Meneses J., Barrios M, Bonillo A., Cosculluela A., Lozano L., Turbany J., y Valero J. (2016). *Manual de Psicometría (2a. ed.)*, Universitat Oberta de Catalunya, España.
- Mendenhall W, Beaver R y Beaver B (2010), *Introducción a la probabilidad y estadística, décima tercera edición*, Cengage Editores, Universidad de Florida y Universidad de California, EEUU, (página 414 a 416)
- Montgomery D.C. (2010), *Diseño y Análisis de Experimentos, Segunda Edición*, Editorial Limusa Wiley, Universidad Estatal de Arizona, EEUU
- Morales G., Rubio N. (2019), *La Argumentación matemática fomentada en estudiantes del nivel medio superior mediante el uso del software de Geometría Dinámica*, XXII Congreso Internacional, tecnología e Innovación para la diversidad y calidad de los aprendizajes, Libro de Comunicaciones EDUTECH 2019, Facultad de Educación, Pontificia Universidad Católica del Perú, Lima, Perú y Universidad Autónoma de Querétaro, México.
- Moreno L., Robles G., González M. y Rodríguez, J. (2019). Not the same: a text network analysis on computational thinking definitions to study its relationship with computer programming. *RIITE. Revista Interuniversitaria de Investigación en Tecnología Educativa*, 7, 26-35, Doi: <http://dx.doi.org/10.6018/riite.397151>, Disponible en: <https://revistas.um.es/riite/article/view/397151/276481>
- Moreno N. (2019), *Educación STEAM: Apuestas hacia la formación, impacto y proyección de los seres críticos*, Departamento de Ciencias Básicas y el Grupo GIIS de la fundación Universitaria Panamericana; Alianza de investigadores Internacionales ALININ para las Universidades latinoamericanas



- Muñoz M. y Gómez M. (2019), El laboratorio de matemáticas como medio para el fortalecimiento de la enseñanza y aprendizaje en la IE Navarro y Donald Rodrigo Tafur., Facultad de Educación, Universidad Santiago de Cali, Valle del Cauca, Colombia.
- Nieves, M. y Torres, Z. (2013). Incidencia del desarrollo del pensamiento lógico matemático en la capacidad de resolver problemas matemáticos; en los niños y niñas del sexto año de educación básica en la escuela mixta Federico Malo de la ciudad de Cuenca durante el año lectivo 2012-2013, Universidad Politécnica Salesiana, Ecuador.
- OCDE (2019), Resultados pruebas PISA 2018-2019; [https://www.oecd.org/pisa/publications/PISA2018\\_CN\\_COL\\_ESP.pdf](https://www.oecd.org/pisa/publications/PISA2018_CN_COL_ESP.pdf)
- OCDE (2020), Ranking de medias de Pensamiento Matemático, relación de los mejores 12 países del mundo contra algunos países latinoamericanos, tomado de <https://www.bbc.com/mundo/noticias-internacional-50643441>
- Ordoñez E., Mero E., Murillo R., y Vásquez P. (2018), Incidencia del desarrollo de las habilidades del pensamiento lógico en la resolución de problemas en las ciencias exactas, Universidad Laica Eloy Alfaro de Manabí, Editorial Compás, Ecuador.
- Paltán, G. y Quilli, K. (2011). Estrategias metodológicas para desarrollar el razonamiento lógico-matemático en los niños y niñas del cuarto año de educación básica de la escuela Martín Welte del cantón Cuenca, en el año lectivo 2010-2011, Universidad de Cuenca, Ecuador.
- Papert S. (2002). Subirse al Árbol no es la Forma Correcta de Llegar a la Luna, Ponencia en el Segundo Foro Internacional de la Cultura Digital “Brecha Digital”. [http://www.evirtual.unsl.edu.ar/ilias/data/iliasprof/lm\\_data/lm\\_15114/SeymourPapert.pdf](http://www.evirtual.unsl.edu.ar/ilias/data/iliasprof/lm_data/lm_15114/SeymourPapert.pdf)
- Parra, O. (2016). Actividades didácticas que potencian la enseñanza de las matemáticas en la orientación del aprendizaje de la resolución de los triángulos en grado decimo, Universidad del Tolima.
- Pedral, N. (2006). Estadios según Piaget. Página de Psicología general, del desarrollo y del aprendizaje. Recuperado el 12 de Octubre de 2019 del sitio web : <http://www.pedregal.org/psicologia/nicolasp/estadios.php3>
- Pérez, M. (2017). El pensamiento computacional para potenciar el desarrollo de habilidades relacionadas con la resolución creativa de problemas. 3C TIC: Cuadernos de desarrollos aplicados a las TIC, 6(1), 38-63. Universidad de Córdoba, Colombia, <http://dx.doi.org/10.17993/3ctic.2017.55.38-63/>
- Pérez, A y Ramos, E (2020), Educación, Pobreza y Coronavirus en Colombia; Revista Educación y Cultura, Federación Colombiana de Trabajadores de la Educación (Fecode), [https://www.fecode.edu.co/images/PDF2020/EDICION\\_137\\_SEPT\\_10.pdf](https://www.fecode.edu.co/images/PDF2020/EDICION_137_SEPT_10.pdf)
- Piaget J. (1952) The Child’s Conception of Number. London: Routledge & Kegan Paul; Inglaterra

- Piaget, J. (1985), *La representación del mundo en el niño*. Editorial Morata, Madrid, España.
- Piaget, J. y García, R. (1982). *Psicogénesis e Historia de la Ciencia*. México, España, Argentina, Colombia. (Madrid): Siglo XXI.
- Piaget J. (1991), *Seis Estudios de Psicología, Estructuras Cognoscitivas*, Primera edición en Colección Labor, Nueva serie, 2, Editorial Labor S.A., Madrid, España.
- PISA (2018), *Informe PISA 2018, Informe de resultados para Colombia 2018*.  
<https://www.icfes.gov.co/documents/20143/1529295/Informe%20nacional%20de%20resultados%20PISA%202018.pdf>
- Polya, G. (1945). *How to Solve It*. Garden City, New York: Doubleday.
- Poyla, G. (1989), *Cómo plantear y resolver problemas*, Editorial Trillas, México D.F.
- R (R Versión 4.2.0). (2022). *Windows/Linux/Mac*. Auckland, Nueva Zelanda: Proyecto R para Computación Estadística.
- Radford, L. (2006). *Algebraic Thinking and the Generalization of Patterns: A Semiotic Perspective*. En S. Alatorre et al. (eds.), *Proceedings of the 28th Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, North America Chapter, Vol. 1, pp. 2-21. Mérida: Universidad Pedagógica Nacional.
- Radford, L. (2012). *On the Development of Early Algebraic Thinking*. PNA, *Revista de Investigación en Didáctica de la Matemática*, 6(4), 117-133
- Ramírez Y. (2019), *Estrategia didáctica basa en TIC para enseñar programación: Una alternativa para el desarrollo del Pensamiento Lógico*, Maestría en TIC aplicadas a las ciencias de la Educación, Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia, Duitama, Boyacá, Colombia.
- Ramos V., Hidalgo B. y Fernández E. (2019), *Desarrollo de la creatividad en niños de sexto de educación básica mediante el uso del pensamiento computacional*, XXII Congreso Internacional, tecnología e Innovación para la diversidad y calidad de los aprendizajes, Libro de Comunicaciones EDUTEC 2019, Facultad de Educación, Pontificia Universidad Católica del Perú, Lima, Perú
- Resnick, M., Maloney, J., Monroy-Hernández, A., Rusk, N., Eastmond, E., Brennan, K., (2009). *Scratch: Programming for all*. *Communications of the ACM*, 52(11), 60-67.
- Reyes P., Aceituno D. y Cáceres P. (2018), *Estilos de pensamiento matemático de estudiantes con talento académico*, *Revista de Psicología*, Vol. 36(I), ISSN 0254-9247, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, Chile.
- Rincón, R. y Ávila, D. (2016). *Una aproximación desde la lógica de la educación al pensamiento computacional*. *Sophia, Colección de Filosofía de la Educación*, (21), 161-176. ISSN: 1390-3861. <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=4418/441849209007>

- Romero A. (2019), Implementación del aula digital Anaya y GeoGebra en Educación secundaria a través de un proyecto cooperativo, XXII Congreso Internacional, tecnología e Innovación para la diversidad y calidad de los aprendizajes, Libro de Comunicaciones EDUTECH 2019, Facultad de Educación, Pontificia Universidad Católica del Perú de Lima – Perú y Universidad de las islas Baleares, España.
- Roncoroni Osio, U., Lavín, E. y Bailón Maxi, J. (2020). Pensamiento computacional. Alfabetización digital sin computadoras, *Icono* 14, 18 (2), 379-405. doi:10.7195/ri14.v18i2.1570
- Salazar J., Guaypatín O. y Flores G. (2017). Psicología Social de las Matemáticas, *Boletín Virtual* 226, Volumen 64, ISSN 2266-1536. Universidad Técnica De Cotopaxi, Latacunga, Ecuador <https://revista.redipe.org/index.php/1/article/view/239>
- Sánchez M. (2019). El pensamiento computacional en contextos educativos: una aproximación desde la Tecnología Educativa. *Research in Education and Learning Innovation Archives*, 23,24--39. 10.7203/realia.23.15635, XXII Congreso Internacional, tecnología e Innovación para la diversidad y calidad de los aprendizajes, Libro de Comunicaciones EDUTECH 2019, Facultad de Educación, Pontificia Universidad Católica del Perú, Lima, Perú.
- Sánchez S. y Sánchez C. (2018), Desarrollo del pensamiento crítico y computacional en la formación de ingenieros en TIC y Licenciados en Informática y Tecnología., V congreso Internacional y XIII Encuentro Nacional de Tecnología e Informática (REPETIC), Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia (UPTC), Bogotá, Colombia.
- Segura J., Llopos M., Mon F. y García M. (2019), El debate sobre el pensamiento computacional en educación, Artículo en RIED, *Revista Iberoamericana de Educación a Distancia*, 22(1), pp 171 – 186, ISSN: 1390-3306
- Serna E. y Serna A. (2015), Crisis de la Ingeniería en Colombia – Estado de la cuestión, Facultad de Ciencias Básicas e Ingeniería, Instituto Antioqueño de Investigación, Corporación Universitaria Remington, Medellín, Colombia.
- Shute, V. J., Sun, C., & Asbell-Clarke, J. (2017). Demystifying computational thinking. *Educational Research Review*, 22, 142-158
- SIMAT (2020), Sistema de Matricula Estudiantil de Educación Básica y Media, Ministerio de Educación Nacional, Republica de Colombia. <https://www.sistemamaticulas.gov.co/simat/app>
- Spearman, C.E. (1904). General intelligence, Objectively Determined And Measured *American Journal of Psychology*. 15: 201–293; <http://www.jstor.org/stable/pdf/1412107.pdf>
- Steam Colombia (2019), Relación del Pensamiento Computacional y el Pensamiento Matemático, tomado del sitio web: <https://www.stemeduacol.com/post/2017/07/03/relacion-25c3-25b3n-del-pensamiento-computacional-y-el-pensamiento-matem-25c3-25a1tico>

- Stenhouse L. (1975), *An Introduction to Curriculum Research and Development*, British Journal of Educational Studies, Cambridge University, England.
- Stewart I. (2007), *Historia de las matemáticas en los últimos 10.000 años*, <http://www.librosmaravillosos.com/historiadelasmaticasenlosultimos10000anos/pdf/>
- Thurstone, L. (1967) . *La medición de la inteligencia, la aptitud y el interés*. Paidós, Barcelona, España.
- Useche P. (2018), *Fortalecimiento del Pensamiento Numérico y la resolución de Problemas de Postprimaria*, Maestría en Educación, Facultad de Ciencias de la Educación, Universidad Externado de Colombia.
- Valdés V.A. (2014), *Epistemología Genética de Jean William Fritz Piaget*, Revista de Educación, Doctorado de Psicología, Universidad Marista de Guadalajara, México.
- Valverde J., Fernández M. y Garrindo M (2019), *El pensamiento computacional y las nuevas ecologías del aprendizaje*, RED - Revista de Educación a Distancia – Número 46 - <http://www.um.es/ead/red/46>
- Van Hiele (1957), *The didactics of geometry in the lowest class of secondary school*. Utrecht, Holanda, Universidad de Utrecht.
- Vasco, C. E. (2010). *El pensamiento variacional y la modelación matemática*. Cali, Colombia. [http://pibid.mat.ufrgs.br/20092010/arquivos\\_publicacoes1/](http://pibid.mat.ufrgs.br/20092010/arquivos_publicacoes1/)
- Villa, O. J. (2010). *Razonamiento covariacional en el estudio de funciones cuadráticas*.
- Villarini, A. (2014) *Revista internacional magisterio educación y pedagogía. Habilidades del pensamiento*. Rev. Int. Magisterio Bogotá. P. 21.
- Vygotsky, L. (1934). *Pensamiento y lenguaje*. Buenos Aires, Fausto, 1998.
- Walkowiak, T. (2014). *Elementary and Middle School Students' Analyses of Pictorial Growth Patterns*. *The Journal of Mathematical Behavior*, 33, 56-71. Recuperado de <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2013.09.004>
- Wagner G, Vásquez A., Hoyos E., y Gutiérrez H. (2014), *El álgebra geométrica como mediadora en la enseñanza de la factorización y los productos notables*, Programa de matemáticas, Universidad del Quindío, Tolima , Colombia.
- Wechsler D., Rosas R, Pizarro M, Tenorio M. (2013). *WAIS-IV: Manual de administración y corrección*. NCS Pearson, p 221. <https://worldcat.org/title/wais-iv-manual-de-administracion-y-correccion-version-estandarizada-en-chile/oclc/852541241>

- Wing J (2006), Computational Thinking, Communications of the ACM, Science in and head of the Computer Science Department at Carnegie Mellon University, Pittsburgh, EEUU
- Wing J. (2008). Computational thinking and thinking about computing.  
<https://www.ncbi.nlm.nih.gov/pmc/articles/PMC2696102/>
- Wing, J. (2011). Computational thinking. How I Learned Code, EEUU  
<https://howilearnedcode.com/2016/10/el-pensamiento-computacional-jeannette-m-wing/>
- Wing J. (2017). Computational thinking's influence on research and education for all.  
<http://ijet.itd.cnr.it/article/view/922/874>
- Wolfram C (2018), Aporte de las Matemáticas al, desarrollo del pensamiento computacional, Departamento de Físico y Matemáticas, Universidad de Cambridge, EEUU
- Woyno, W. y Oñolo, R. (2012). Test de habilidades mentales primarias. Ediciones Pedagógicas. Bogotá, Colombia
- Zapata M. (2015), pensamiento computacional, una alfabetización digital, RED revista de Educación a Distancia, 46(4), DOI: 10.6018/red/46/4,  
<http://www.um.es/ead/red/46/zapata.pdf>, Universidad de Murcia, España
- Zapotecatl J. (2014). Pensamiento Computacional. Academia Mexicana de Computación (AmexCom), México. <http://www.amexcomp.mx/files/libro/LibroPC.pdf>  
<http://www.pensamientocomputacional.org/Files/pensamientocomputacional.pdf>

## **ANEXOS**

## Anexo A. Consentimiento Informado de Participación en Proyecto de Investigación



*INSTITUCIÓN EDUCATIVA  
SANTO DOMINGO SAVIO  
CHINCHINA – CALDAS*

*Nit. 800.226.024-1 DANE 117174000616*

*Aprobado según Resolución 8668-6 del 9 de noviembre de 2017*

Apreciado representante legal (padre, madre o acudiente) del (la) estudiante de grado Octavo:

\_\_\_\_\_, le invito a leer atentamente este acuerdo de consentimiento antes de tomar una decisión sobre la participación del estudiante en mención en el proyecto que describimos a continuación:

-----  
Por este medio deseo solicitarles su autorización para que su hijo(a) forme parte del proyecto de investigación enfocada en el mejoramiento del pensamiento matemático, por medio de un programa de intervención extracurricular (club de programación de computadores) con el objetivo que lograr mejores desempeños en los espacios y pruebas de matemáticas.

Este proyecto se lleva a cabo durante segundo y tercer periodo académico y como apoyo al espacio académico de matemáticas del grado Octavo de la Institución Educativa Santo Domingo Savio del Municipio de Chinchiná (Caldas).

Los espacios de desarrollo del Club de Programación de Computadores serán en modalidad Virtual, con apoyo de acceso a Internet, Computador y uso de WhatsApp; el Club tendrá una duración de 16 semanas; durante cada semana de desarrollo, los estudiantes tendrán un espacio de asesoría online con el profesor todos los días Jueves entre las 4 y 6 pm (mediante conexión de Google meet); durante cada semana en horario de 4 a 6 pm, entre lunes a miércoles, de acuerdo a las necesidades particulares de los estudiantes, tendrán asesoría offline personalizada por medio de WhatsApp con el profesor. los estudiantes los días jueves.

Antes de iniciar el proceso del Club de Programación de Computadores y al finalizar el proceso de las 16 semanas se aplicará un test de Pensamiento matemático, para validar el impacto del proceso en los estudiantes.

Se aclara que este proyecto no corresponde a la clase tradicionales de matemáticas, sino a una evaluación de un programa de mejoramiento de Pensamiento Matemático para los estudiantes que quieran participar en dicho proceso; por este motivo este proceso no tiene valoraciones académicas en ningún espacio del desarrollo de su grado octavo, por ello es una actividad extraescolar en búsqueda de mejoramiento de los procesos personales de los estudiantes que así lo quieran.



*INSTITUCIÓN EDUCATIVA  
SANTO DOMINGO SAVIO  
CHINCHINA – CALDAS*

*Nit. 800.226.024-1 DANE 117174000616*

*Aprobado según Resolución 8668-6 del 9 de noviembre de 2017*

Finalmente aclarar que a pesar de ser una actividad extraescolar y que no tiene valoración académica en el proceso de grado octavo, el responsable de esta actividad de acuerdo al aval

asignado por la Institución Educativa Santo Domingo Savio de Chinchiná (Caldas), es el mismo profesor de matemáticas de los estudiantes, el Sr. Julio Alexander Argoti Alvarez, Identificado

con C.C. No. 98.378.439 de Pasto (Nariño), quien por demás debe presentar informe del proyecto a la Institución para efectos de la toma de decisiones institucionales, por cuanto el proyecto se evalúa como búsqueda de opciones para mejorar los procesos de Pensamiento Matemático de los estudiantes y de esta manera mejorar los resultados de las pruebas de calidad.

Luego de haber sido informado(s) sobre las condiciones de la participación de su hijo(a) en el proyecto, resuelto las inquietudes y comprendido en su totalidad la información sobre esta actividad, entiendo que:

- La participación de mi hijo(a) en el Club de Programación de Computadores es voluntaria, su decisión de participar no tendrá repercusiones o consecuencias en sus actividades, evaluaciones o calificaciones en el curso octavo.
- La participación de mi hijo(a) en el proyecto no generará ningún gasto.
- No habrá ninguna sanción para mi hijo(a) en caso de que no autorizar su participación.
- La identidad de mi hijo(a), ni datos sensibles de él o la familia, no será publicados; solo se utilizarán resultados de test de Pensamiento Matemático únicamente para los propósitos investigativos y como evidencia de la práctica educativa del investigador.
- Todas las actividades se llevarán a cabo de manera virtual en el marco de la emergencia sanitaria de los años 2020 y 2021 y serán guiadas por el docente de matemáticas Julio Alexander Argoti Alvarez.





*INSTITUCIÓN EDUCATIVA  
SANTO DOMINGO SAVIO  
CHINCHINA – CALDAS*

*Nit. 800.226.024-1 DANE 117174000616*

*Aprobado según Resolución 8668-6 del 9 de noviembre de 2017*

Una vez informado(a) sobre las condiciones de participación voluntaria de nuestro(a) hijo(a) en la actividad denominada: Club de programación de Computadores, en mi calidad de representante legal de menor de edad:

Yo \_\_\_\_\_, identificado(a) con  
cédula de ciudadanía No. \_\_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ con dirección  
de residencia: \_\_\_\_\_ y teléfonos  
\_\_\_\_\_ actuando como representante legal  
del(a) menor \_\_\_\_\_.

declaro que si doy consentimiento para la participación de mi hijo (a) en la realización del  
proyecto investigativo durante el transcurso del año 2020 - 2021.

Datos de contacto del docente de matemáticas, investigador y responsable del proyecto, ante la  
Institución Educativa Santo Domingo Savio del Municipio de Chinchiná (Caldas):

Nombre de Docente e investigador: Julio Alexander Argoti Alvarez  
Docente de matemáticas de grado Octavo de la Institución Educativa Santo Domingo Savio.  
Entidad a la que pertenece como estudiante - investigador: Universidad Cuauhtémoc – México  
Correo electrónico: alexander.argoti@gmail.com  
Teléfono de contacto: 3208878535

Recordatorio:

Devuelva por favor ese consentimiento a su director de grupo lo más pronto posible.  
Muchas Gracias.

*Anexo B. Programa de Intervención – Club de programación de lenguaje Scratch (2020-2021)*



Para realizar la experiencia el programa de Intervención, del proyecto de investigación: “**El pensamiento computacional, como soporte del pensamiento matemático, en la Institución Educativa Santo Domingo Savio de Chinchiná (Caldas– Colombia)**” se invitó de manera libre a estudiantes de grado octavo de la Institución Educativa en mención y a esta convocatoria respondió un grupo de 30 estudiantes en el año 2020 y otros 30 estudiantes en el año 2021.

Se resalta que a esta experiencia se le denominó “Club de Programación con Scratch” y se desarrolló en periodos de cuatro meses, se resalta que su desarrollo se hizo con las siguientes características:

- 1) El profesor se volvió un mediador, animador, facilitador y orientador de los materiales y recursos del curso, de tal manera que el profesor se conectaba de manera online con todo el grupo en las tardes de los días jueves, para efecto de dar orientación general de cada temática, reto o desafío semanal.
- 2) Durante la semana se trabajaba con orientaciones de tipo online y offline, en las tardes, para dar orientaciones a los interrogantes puntuales de los estudiantes.
- 3) Cada semana los estudiantes debían armar grupos o equipos de desarrollo para cada reto o desafío propuesto.
- 4) Los mismos estudiantes presentan las soluciones a los desafíos y retos, socializándolos en el grupo de WhatsApp del Club de Programación.



Para el desarrollo del programa de intervención se ha utilizado el material, tutoriales, guías de orientación y sitio de la “Comunidad Programamos”, que en colaboración con el grupo de Investigación Media Lab del Instituto Tecnológico de Massachusetts (MIT), promueven el desarrollo del Pensamiento Computacional mediante el aprendizaje del Lenguaje de Programación Scratch; el material y recursos utilizados son de uso libre.

**Las 16 temáticas de retos y desafíos desarrolladas** en el Programa de Intervención o Club de

Programación de Scratch fueron las siguientes:

Clase 1: Introducción a la programación y a la comunidad Scratch

Link de los recursos:

<https://programamos.es/clase-1-introduccion-a-la-programacion-y-a-la-comunidad-scratch/>

Clase 2: Conocemos diferentes tipos de instrucciones en Scratch

Link de los recursos:

<https://programamos.es/clase-2-conocemos-diferentes-tipos-de-instrucciones-en-scratch-3-0/>

Clase 3: Mi primer videojuego, el Arkanoid

Link de los recursos:

<https://programamos.es/clase-3-mi-primer-videojuego-el-arkanoid/>

Clase 4: Una posible solución al reto de programación del Arkanoid

Link de los recursos:

<https://programamos.es/clase-4-una-posible-solucion-al-reto-de-programacion-del-arkanoid/>

Clase 5: Programando un videojuego con laberintos

Link de los recursos:

<https://programamos.es/clase-5-programando-un-videojuego-con-laberintos/>



Clase 6: Contar un chiste con Scratch

Link de los recursos:

<https://programamos.es/clase-6-contar-un-chiste-con-scratch-3-0/>

Clase 7: ¿Felicitamos con Scratch?

Link de los recursos:

<https://programamos.es/clase-7-felicitamos-con-scratch-3-0/>

Clase 8: Añadir voz a nuestras creaciones en Scratch

Link de los recursos:

<https://programamos.es/clase-8-anadir-voz-a-nuestras-creaciones-en-scratch-3-0/>

Clase 9: Sincronizar personajes en Scratch para narrar historias

Link de los recursos:

<https://programamos.es/clase-9-sincronizar-personajes-en-scratch-3-0-para-narrar-historias/>

Clase 10: Pruebas y depuración de programas en Scratch

Link de los recursos:

<https://programamos.es/clase-10-pruebas-y-depuracion-de-programas-en-scratch-3-0/>

Clase 11: Almacenando información en variables con Scratch

Link de los recursos:

<https://programamos.es/clase-11-almacenando-informacion-en-variables-con-scratch-3-0/>

Clase 12: controlando a nuestros personajes de Scratch con el audio

Link de los recursos:

<https://programamos.es/clase-12-controlando-a-nuestros-personajes-de-scratch-3-0-con-el-audio/>

Clase 13: Controlar a nuestros personajes de Scratch con el vídeo

Link de los recursos:

<https://programamos.es/clase-13-controlar-a-nuestros-personajes-de-scratch-3-0-con-el-video/>

Clase 14: Almacenar información en listas con Scratch

Link de los recursos:

<https://programamos.es/clase-14-almacenar-informacion-en-listas-con-scratch-3-0/>



Clase 15: Creación de bloques propios personalizables en Scratch

Link de los recursos:

<https://programamos.es/clase-15-creacion-de-bloques-propios-personalizados-en-scratch-3-0/>

Clase 16: Usar clones en Scratch

Link de los recursos:

<https://programamos.es/clase-16-usar-clones-en-scratch-3-0/>

Clase final: un gran poder conlleva a una gran responsabilidad

Link de los recursos:

<https://programamos.es/clase-final-gran-poder-conlleva-gran-responsabilidad/>

*Anexo C. Productos Desarrollados con Scratch por los estudiantes*



Al hacer parte de una comunidad global de aprendizaje y siguiendo los criterios de apoyo y trabajo colaborativo, los trabajos desarrollados por los estudiantes entraron a integrar la base de datos de los desafíos y retos propuestos, los cuales se encuentran en los repositorios del grupo de Investigación Media Lab del Instituto Tecnológico de Massachusetts (MIT), en el siguiente link:

<https://scratch.mit.edu/studios/25925094>

## Anexo D. Pre-test de Pensamiento Matemático

Link de Drive para acceso de los estudiantes: <https://forms.gle/LrkogxKTA5W9e7Ca6>

Estudiante: \_\_\_\_\_ Edad en años: \_\_\_\_\_ Género: M \_\_\_ F \_\_\_ Estrato Socio-Económico: \_\_\_\_\_

### I. PENSAMIENTO NUMERICO

1) Lisa recibió un bono de regalo de 100 dólares por su cumpleaños. Se compró unos zapatos deportivos que costaban 30 dólares, un vestido de 23 dólares y dos libros de 17 dólares. ¿Cuánto dinero le quedó aun por gastar en su bono de regalo? \*

Marca solo un óvalo.

- 13 dólares  
 30 dólares  
 45 dólares  
 70 dólares

2)  $4 \times 4 - 4 + 4 \times 4 = ?$  \*

Marca solo un óvalo.

- 16  
 -4  
 28  
 64

3) Compre un costal lleno de alpiste para mi canario, el primer día mi canario se comió  $\frac{1}{2}$  del total de alpiste. El segundo día se comió  $\frac{1}{3}$  del alpiste restante y el tercer día comió  $\frac{1}{4}$  del sobrante. Del total de alpiste que había en el costal ¿Qué fracción queda? \*

Marca solo un óvalo.

- $\frac{1}{24}$   
  $\frac{1}{4}$   
  $\frac{1}{3}$   
  $\frac{3}{4}$

4) Una persona tiene dos billetes de \$20.000, cuatro de \$5.000 y tres de \$2.000, pero al final solo quedó con \$26.000 ¿Cuáles billetes gastó? \*

Marca solo un óvalo.

- cuatro de \$5.000  
 ocho de \$5.000  
 dos de \$20.000  
 gasto más de lo que tenía

5) Digamos que un conductor recorre un promedio de 250 kilómetros antes de necesitar volver a llenar su tanque de combustible. Si siempre que lo llena debe usar \$50.000 ¿Cuál es el costo por kilómetro recorrido? \*

Marca solo un óvalo.

- \$ 166 por Kilometro  
 \$ 200 por Kilometro  
 \$ 1875 por Kilometro  
 necesita conocer el precio del galón

6) ¿Qué número sigue por lógica a esta serie ? 4, 6, 9, 6, 14, 6, ? \*

Marca solo un óvalo.

- 6  
 19  
 20  
 21

7) Tomás tiene un juego nuevo de palos de golf. Con el palo 8 la pelota recorre una distancia media de 100 metros. Con el palo 7 la pelota recorre una distancia media de 108 metros. Con el palo 7 la pelota recorre una distancia media de 115 metros. ¿Qué distancia recorrerá la pelota si Tomás usa el palo 5? \*

Marca solo un óvalo.

- 118 metros  
 120 metros  
 121 metros  
 122 metros

8) ¿Qué número sigue por lógica a esta serie ?  $\frac{1}{32}$ ;  $\frac{1}{16}$ ;  $\frac{1}{8}$ ;  $\frac{1}{4}$ ;  $\frac{1}{2}$ ; 1; ? \*

Marca solo un óvalo.

- $\frac{1}{2}$   
 1  
 2  
 4

9) En la siguiente serie de letras : A, C, F, J, ?, la letra que sigue y debe estar en el ? es la: \*

Marca solo un óvalo.

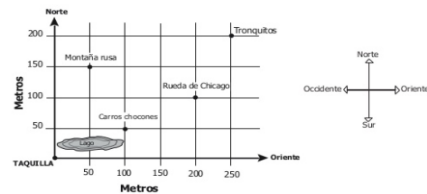
- L  
 M  
 O  
 P

10) En la siguiente serie de números, cuál es el numero que sigue ? 21; 20; 18; 15; 11; ?

- 10  
 8  
 7  
 6

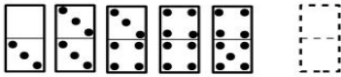
### II. PENSAMIENTO ESPACIAL

11) Manuela esta en los Tronquitos, para llegar a la taquilla, el recorrido más corto es:



- 50 metros al occidente y 100 metros al norte  
 200 metros al occidente y 50 metros al sur  
 150 metros al occidente y 150 metros al sur  
 250 metros al occidente y 200 metros al sur

12) ¿Sabrías determinar cuál es la opción que continúa la serie? \*

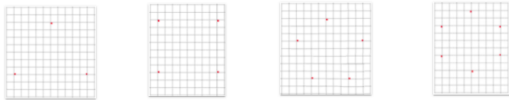


- Opción 1     Opción 2     Opción 3     Opción 4

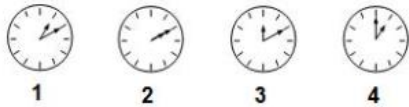
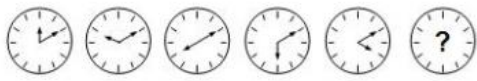


13) Uniendo los puntos con líneas rectas; con cual de los siguientes conjuntos de puntos, se puede armar un polígono de 10 lados? \*

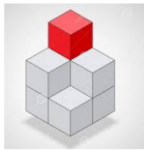
- Opción 1     Opción 2     Opción 3     Opción 4



14) ¿Puedes indicar que reloj continúa la serie? \*

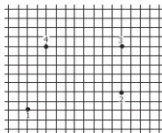


15) Ángel logro apilar los cubos de la manera que muestra la figura; Cuantos cubos necesito ángel para lograr esto ?



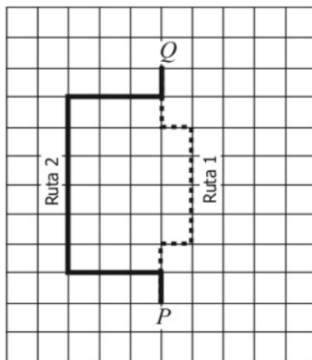
- 6  
 7  
 8  
 9

16) David debe unir tres puntos de los que se muestran en la figura, de tal manera que logre dibujar un triángulo con un ángulo recto. Cuáles son los puntos de debe unir David ?

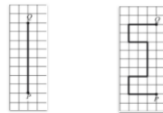


- 1, 2 y 3  
 1, 2 y 4  
 2, 3 y 4  
 1, 3 y 4

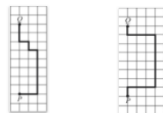
17) En la imagen se indican dos rutas para ir del punto P al punto Q, Si la ruta 1 recorre 20 Kilómetros, teniendo en cuenta las distancias, ¿ qué distancia recorre la ruta 2 ?



- Opción 1     Opción 3

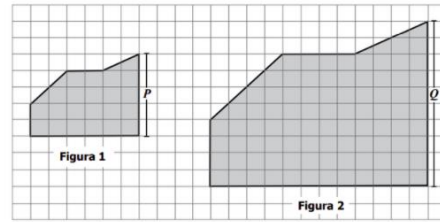


- Opción 2     Opción 4



18) Ampliación de figura: \*

Observa las figuras. Una de ellas es ampliación de la otra.



La medida del lado P de la figura 1 es

- la mitad de la medida del lado Q de la figura 2.     la cuarta parte de la medida del lado Q de la figura 2.

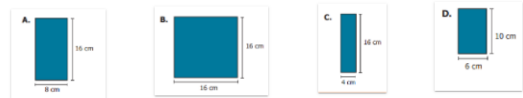
- la tercera parte de la medida del lado Q de la figura 2.     la quinta parte de la medida del lado Q de la figura 2.

19) Se necesita una ampliación del rectángulo que se indica. ¿Cuál de los siguientes podría ser el rectángulo que se necesita? \*

La figura muestra un rectángulo y sus medidas.

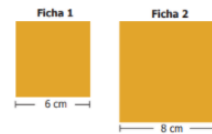


- Opción 1     Opción 2     Opción 3     Opción 4



20) ¿Qué se le debe hacer a la ficha 1 para que sea congruente con la ficha 2? \*

En la figura, las fichas 1 y 2 son cuadradas.



- Disminuir 4 cm a cada uno de sus lados.     Disminuir 2 cm solamente a dos de sus lados.

- Aumentar 2 cm a cada uno de sus lados.     Aumentar 4 cm solamente a dos de sus lados.

### III. PENSAMIENTO METRICO

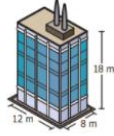
21) Si el 2% de "algo" es cuatro ¿Cuál es el valor de ese "algo"?

- 50  
 80  
 200  
 400

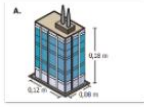


22) Para la construcción, se le pide a un arquitecto que realice una maqueta del edificio a una escala 100 veces menor. ¿Cuál de las siguientes figuras representa la maqueta con las medidas solicitadas?

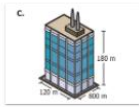
Se quiere construir un edificio con las medidas que se muestran en la figura.



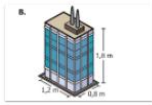
Opción 1



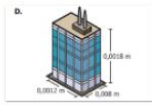
Opción 3



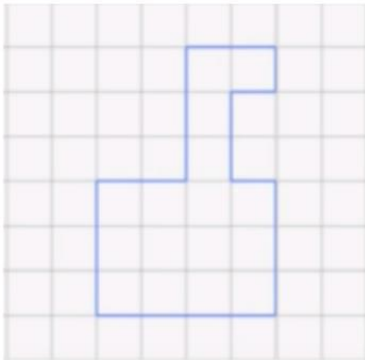
Opción 2



Opción 4



23) Su cada cuadro representa un metro cuadrado, cual es la medida del plano en unidades de metros cuadrados, representada en la figura ?



- 14
- 16
- 18
- 20

24) Lucía quiere mandar a pintar el frente, pero no recuerda la altura de este. ¿Qué medida tiene la altura del frente si el ancho es de 800 centímetros?

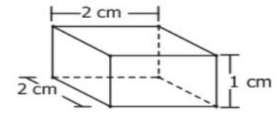
La figura muestra una foto de la casa de Lucía y el plano de la cara frontal a escala de la misma.



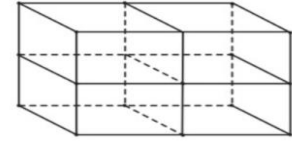
- 835 centímetros.
- 750 centímetros.
- 525 centímetros.
- 240 centímetros.

25) ¿Cuál es el volumen del sólido que armó Beto ? \*

Con bloques como este



Beto armó el sólido que se muestra en la siguiente figura:



- 4 centímetros cúbicos
- 8 centímetros cúbicos
- 12 centímetros cúbicos
- 16 centímetros cúbicos

26) Si se cambia la etiqueta por una que muestra el peso en gramos. ¿Cuántos gramos mostrará la nueva etiqueta?

En la figura, se observa la etiqueta de una caja de azúcar.



Recuerda que un kilogramo equivale a mil gramos

- 0,3 gramos
- 30 gramos
- 300 gramos
- 3000 gramos

27) ¿Cuántos gramos de azúcar requiere Eduardo para preparar un pan tipo Max?(EDUADRO - PANADERO)

Eduardo es un panadero.

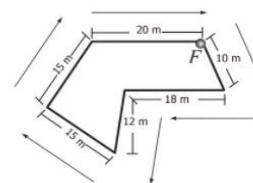


Para hacer tres panes tipo Max requiero 135 gramos de azúcar. Para hacer cinco panes tipo Max requiero 225 gramos de azúcar.

- 9 gramos.
- 15 gramos.
- 45 gramos.
- 75 gramos.

28) Carlos y Luis los atletas: \*

Carlos y Luis son atletas. Ellos recorren varias veces una pista como la que se muestra en la siguiente ilustración.



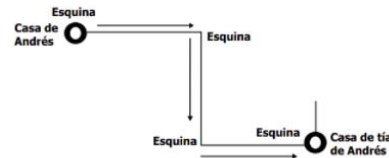
F es el punto de partida de ambos atletas, en la dirección que indican las flechas.

Carlos corre con velocidad constante de 1 metro por segundo (m/s) y Luis con velocidad constante de 1,5 m/s.

- 60
- 120
- 170
- 180

29) Tiempo entre la casa de Andrés y la casa de su Tía. \*

Andrés hace el siguiente recorrido cuando va desde su casa hasta la casa de su tía.

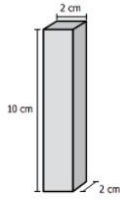


Él demora 5 minutos en ir de una esquina a la siguiente. ¿Cuántos minutos demora en ir desde su casa a la casa de su tía?

- 3 minutos
- 5 minutos
- 10 minutos
- 15 minutos

30) Construcción con torres: \*

Observa la torre y algunas de sus medidas.



¿Con cuál de los siguientes grupos de bloques se puede armar una torre que tenga las mismas medidas que ésta?

Opción 1



Opción 3



Opción 2



Opción 4



## IV. PENSAMIENTO VARIACIONAL

31) Si David tiene el doble de monedas de 500 pesos que Tomás y Tomás tiene unas monedas de 500 pesos más que Juan, ¿Cuántos pesos tiene David si Juan tiene 6 monedas de 500 pesos?

- 1000 pesos    3000 pesos    3500 pesos    7000 pesos

32) Dada la expresión  $3(x-4) = 18$  ¿Cuál es el valor de X?

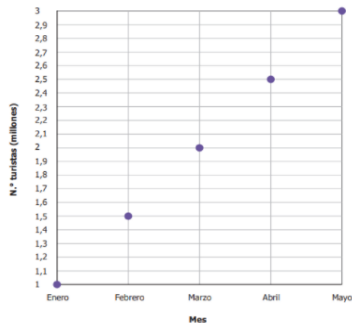
- 14/3    22/3    6    10

33) En el laboratorio de Biología, los estudiantes realizaron un experimento que consistió en poner 500 semillas en frascos con tierra abonada, de las cuales 200 semillas germinaron. De acuerdo con el experimento realizado, ¿Cuál es la probabilidad de que una semilla germine si se pone en un frasco con tierra abonada?

- 3/5    2/5    2/3    1/3

34) Si se mantiene la tendencia en el número de turistas, ¿Cuántos habrá en el mes de junio? \*

La gráfica muestra el número de turistas en una ciudad durante los primeros 5 meses de un año.



- 2.0 Millones de turistas    2.5 Millones de turistas    3.0 Millones de turistas    3.5 Millones de turistas

35) Si X es menor que Y por una diferencia de 6 e Y es el doble de Z, ¿Cuál es el valor de X cuando Z es igual a 2?

- 10    8    -5    -2

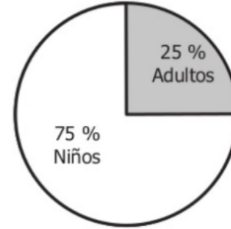
36) Rodrigo empieza su estreno de atletismo, porque quiere participar en las competencias nacionales; para ello él empieza a practicar todos los días y su reto es ir aumentando su tiempo o intensidad de entreno cada semana en 10 minutos, si la primer semana de entreno logra empezar diariamente 35 minutos y recorriendo 10 kilómetros diarios; ¿ que distancia estará logrando en la sexta semana? (vamos a suponer que su ritmo es continuo diariamente, en tiempo y distancia, pero progresivo semanalmente)

- menos de 15 Km    entre 15 Km y 18 Km    entre 18 Km y 20 Km    mas de 20 Km

37) En el comedor escolar se reparte un litro de leche entre cinco estudiantes, ¿ cuántos litros de leche se requieren para repartir entre 25 niños?

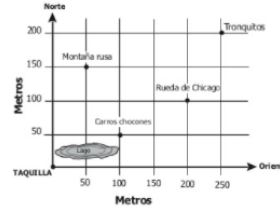
- 20 litros de leche    15 litros de leche    10 litros de leche    5 litros de leche

38) la gráfica indica la proporción de adultos y niños que hizo ingreso a una función de teatro en un día determinado de la semana, a partir de esta información, ¿ Cual de las siguientes afirmaciones es verdadera?



- Por cada adulto ingresaron cuatro niños  
 Por cada adulto ingresaron tres niños  
 por cada niño ingresaron cuatro adultos  
 por cada niño ingresaron tres adultos

39) Dado el croquis que realizo manuela, del parque de diversiones; para ir desde los carros chocones hasta la rueda de chicago, las rutas posibles son:



- una  
 cuatro  
 menos de 32  
 mas de 32

40) En una encuesta a 50 personas, sobre el interés por estudiar idiomas, 35 afirmaron que les gustaria estudiar Inglés, 17 informaron su interés por el Frances y 10 manifestaron querer estudiar los dos idiomas al tiempo; ¿Cuántos de los encuestados no quieren estudiar ni Inglés, ni Frances?

- 40 personas    15 personas    8 personas    no es posible determinar ese dato

## V. PENSAMIENTO PROBABILISTICO

41) Un jardinero compra un paquete de semillas que contiene 3 de calabaza y 3 de frijol. Si se selecciona una sola semilla; ¿Cuál es la oportunidad de que sea seleccionada una semilla de frijol?

- 1 entre 2    1 entre 3    1 entre 4    1 entre 6

42) Un jardinero compra un paquete de 21 semillas mezcladas. El paquete contiene: 3 semillas de flores rojas pequeñas, 4 semillas de flores amarillas pequeñas, 5 semillas de flores anaranjadas pequeñas, 4 semillas de flores rojas alargadas, 2 semillas de flores amarillas alargadas, 3 semillas de flores anaranjadas alargadas; Si solo una semilla es plantada, ¿Cuál es la oportunidad de que la planta al crecer tenga flores rojas?

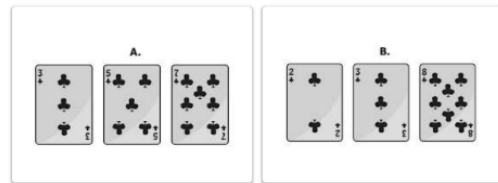
- 1 de 2    1 de 3    1 de 7    1 de 21

43) Una persona puede elegir entre 4 tipos de camisetas y tres tipos de pantalones para vestirse un día cualquiera de la semana, ¿Cuántas combinaciones posibles existen? \*

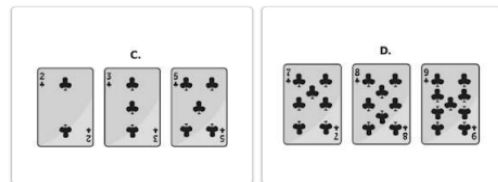
Marca solo un óvalo.  7    10    12    24

44) Alejandro está participando en un juego con sus ojos cubiertos y, para ganar, debe seleccionar una carta que contenga un número par entre un conjunto de tres cartas. Mateo, su amigo, le dice que tiene más posibilidad de ganar que de perder. ¿Cuáles son las cartas que está viendo Mateo para que su afirmación sea correcta? \*

Marca solo un óvalo.



- Opción 1    Opción 2



- Opción 3    Opción 4

45) Juan juega con la perinola como se muestra en la figura, con las seis caras y opciones así : " TODOS PONEN" , "TOMA UNO" , " TOMA DOS" , "TOMA TODO" , "PON UNO" y "PON DOS"; ¿ cuál es la probabilidad de al hacer girar la perinola de Juan , que salga en la cara de arriba " TODOS PONEN" ? \*



Marca solo un óvalo.

- 1 / 5  
 1 / 6  
 1 / 3  
 2 / 3

46) A un evento deportivo asistieron niños y adultos. Por cada 7 niños había 2 adultos. Si en total había 28 niños, ¿Cuántos adultos asistieron?

Marca solo un óvalo.  4  5  6  8

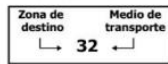
47) Carolina leyó en su libro de historia que hace muchos años, en Colombia, nueve de cada diez personas no sabían leer ni escribir. ¿Cuál es el número que representa correctamente la información sobre la cantidad de personas que no sabían leer ni escribir?

- 910  109  10/9  9/10

48) Tiquete de Bus para ir al sur \*

3 puntos

Los tiquetes utilizados en una terminal de transporte tienen códigos de dos cifras. La primera cifra indica la zona de destino y la segunda, el medio de transporte.



En la tabla 1 se indican las cifras que corresponden a cada zona y en la 2, las cifras que corresponden a cada medio de transporte.

Zona de destino	Primera cifra
Centro	1
Sur	2
Norte	3

Tabla 1

Medio de transporte	Segunda cifra
Bus	1
Buseta	2
Colectivo	3

Tabla 2

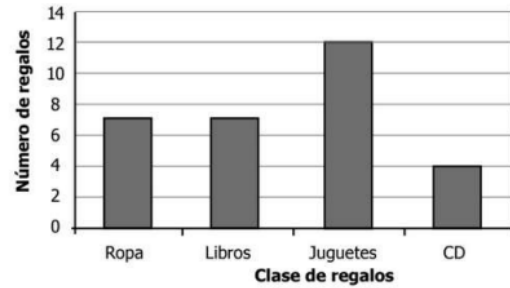
Una persona compra un tiquete para viajar al sur en bus. ¿Con cuál de los siguientes códigos está marcado su tiquete?

- 11  12  21  23

49) En una fábrica de lápices, 10 lápices se empaquetan en una bolsa, 10 bolsas se empaquetan en una caja pequeña y 10 cajas pequeñas se empaquetan en una caja grande. En la fábrica, ¿Cómo pueden empacar 4.372 lápices? \*

- 2 cajas grandes, 3 cajas pequeñas, 7 bolsas y 4 lápices sueltos  
 4 cajas pequeñas, 7 cajas grandes, 3 bolsas y 2 lápices sueltos  
 2 cajas pequeñas, 7 cajas grandes, 3 bolsas y 4 lápices sueltos  
 4 cajas grandes, 3 cajas pequeñas, 7 bolsas y 2 lápices sueltos

50) Édison, en su fiesta de cumpleaños, recibió los regalos que se indican en la gráfica, desde allí es válido afirmar, que:



- entre ropa y juguetes son menos regalos que entre libros y CD  
 entre ropa y CD son la misma cantidad que entre libros y juguetes  
 entre ropa y libros son menos regalos que entre Juguetes y CD  
 los juguetes son la menor cantidad comparado entre ropa, libros y CD

## Anexo E. Post-test de Pensamiento Matemático

**Link de Drive para acceso de los estudiantes:** <https://forms.gle/Uh1XFb7HCnv43tBa8>

Estudiante: \_\_\_\_\_ Edad en años: \_\_\_\_\_ Género: M \_\_\_ F \_\_\_ Estrato Socio-Económico: \_\_\_\_\_

1) En el siguiente cuadro, haciendo una operación aritmética, dos de los números de cada fila horizontal o vertical dan como resultado un tercero. ¿Cuál es el número que falta? \*

6	2	4
2	?	0
4	0	4

Marca solo un óvalo.

- 6  
 4  
 2  
 0

### I. PENSAMIENTO NUMERICO

2) ¿Cuántas veces multiplicaré el 2 por sí mismo para obtener 36? \*

- 4       5       6       imposible

3) Determina que número continúa la siguiente serie: 44, 180, 22, 90, 11, ?

- 19       33       45       50

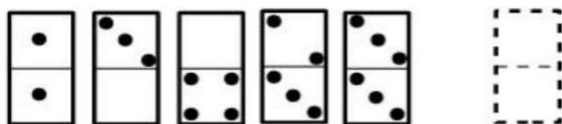
4) Determina que letra continúa la siguiente serie: A B C A B D A B E A B F ...

- F       C       B       A

5) Determina que combinación completa la siguiente serie: 40B 43D ? 49H 52J \*

- 45B       46D       46G       46F

6) Observando la siguiente secuencia de fichas de dominó, ¿Sabrías determinar cuál es la opción que continúa la serie? \*



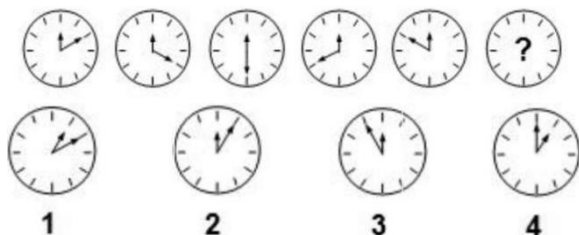
A

B

C

D

7) Observando los siguientes relojes, ¿Puedes indicar que reloj continúa la serie? \*



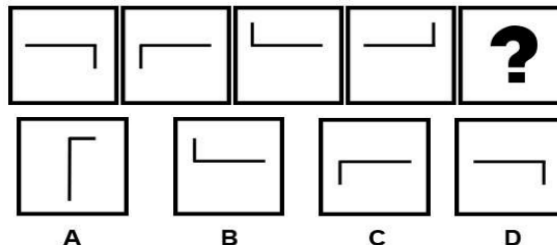
1

2

3

4

8) Observa la siguiente secuencia de figuras y determina que opción continúa la serie: \*



A

B

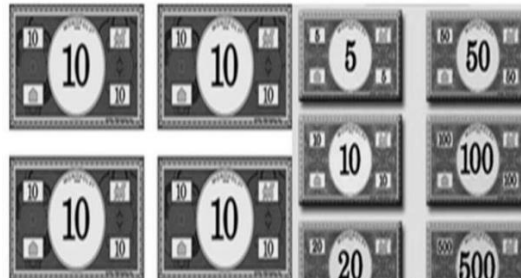
C

D

9) En la evaluación que hizo la profesora Constanza, Ernesto obtuvo 3/2 de puntos, Sebastián 2/3 de puntos y Miguel 5/2 de puntos. ¿Cuál es el orden de los estudiantes cuando se organizan, según su puntaje, del menor al mayor? \*

- Miguel - Ernesto - Sebastian       Sebastian - Ernesto - Miguel  
 Ernesto - Sebastian - Miguel       No es posible determinar el orden

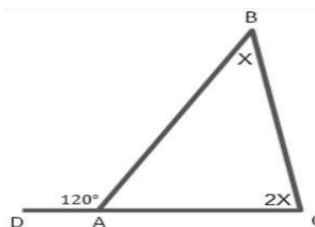
10) Juliana tenía estos billetes en su bolsillo. ¿Cuánto dinero tiene Juliana? \*



- 700 centenas y 25 unidades       70 centenas y 25 decenas  
 700 decenas y 25 unidades       7 Centenas, 2 decenas y 5 unidades

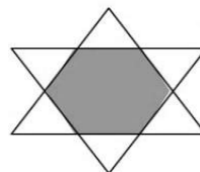
### II. PENSAMIENTO ESPACIAL

11) En la figura dada, x representa la medida del ángulo B en el triángulo ABC. Según el dibujo, ¿Cuál es la medida del ángulo X? \*



- 80 grados  
 60 grados  
 40 grados  
 30 grados

12) Si el perímetro del hexágono de la figura es de 24 unidades, ¿cuál es el perímetro de la estrella? \*



- 12 unidades  
 24 unidades  
 48 unidades  
 no se puede determinar

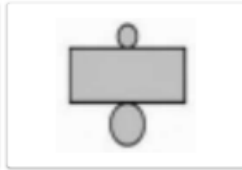
13) Mónica quiere construir un cilindro como el que se muestra en la figura; que modelo debe utilizar para su elaboración ? \*



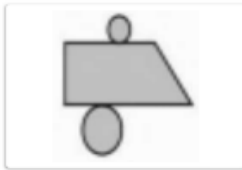
Marca solo un óvalo.



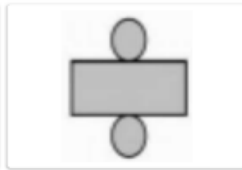
Opción 1



Opción 2



Opción 3



Opción 4

14) Angela armó la siguiente figura, con diferentes piezas; de los siguientes grupos de piezas, ¿Cuál utilizó Angela para su construcción? \*



Marca solo un óvalo.



Opción 1



Opción 2

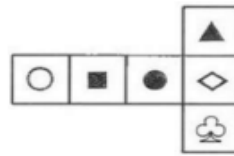


Opción 3



Opción 4

15) En el modelo aparece una figura geométrica desplegada. Una vez plegada, indique en qué figura quedaría convertida. \*



Marca solo un óvalo.



Opción 1



Opción 2

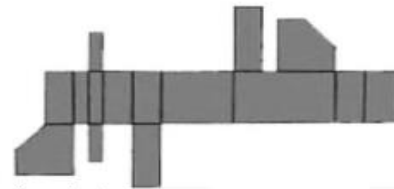


Opción 3

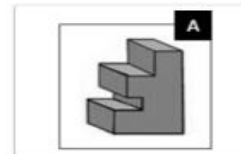


Opción 4

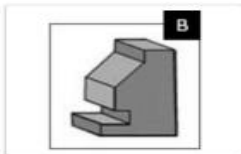
16) La figura geométrica desplegada. Una vez plegada, indique en qué figura quedaría convertida. 3 puntos



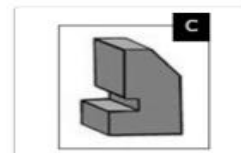
Marca solo un óvalo.



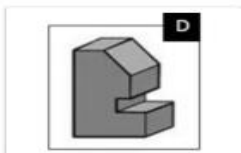
Opción 1



Opción 2

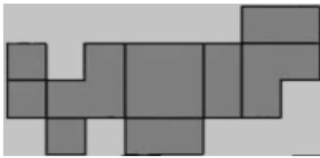


Opción 3

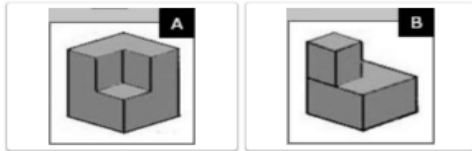


Opción 4

17) La figura geométrica desplegada. Una vez plegada, indique en qué figura quedaría convertida. \* 3 puntos

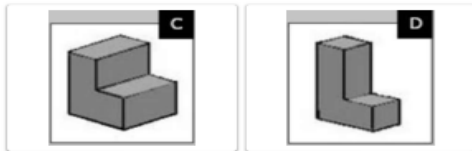


Marca solo un óvalo.



Opción 1

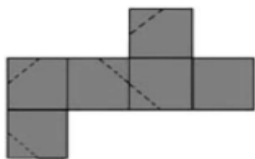
Opción 2



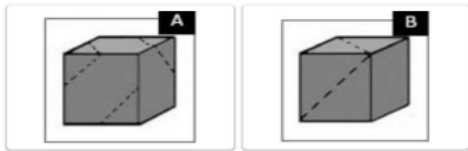
Opción 3

Opción 4

18) La figura geométrica desplegada. Una vez plegada, indique en qué figura quedaría convertida. \* 3 puntos

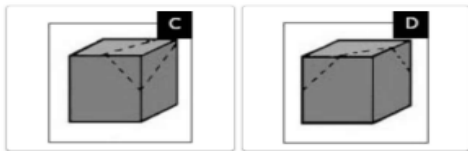


Marca solo un óvalo.



Opción 1

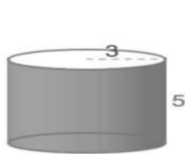
Opción 2



Opción 3

Opción 4

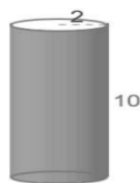
19) Por favor, compara el área de superficie entre A y B. ¿Cuál tiene un área de superficie más grande? \*



A

Marca solo un óvalo.

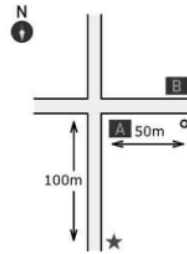
A  
 B



B

Ambas tienen la misma superficie  
 No es posible determinar ese dato

20) Si una persona te preguntara cómo llegar de la estrella roja al punto amarillo, ¿Qué le dirías? \*

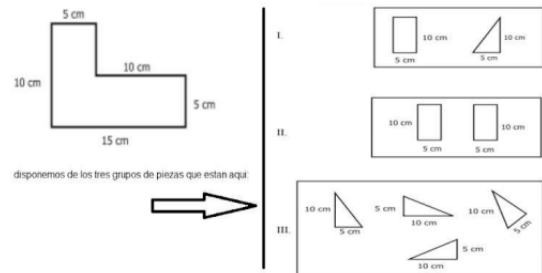


Marca solo un óvalo.

- avanza al norte 50 m y cruza al oriente 100 m
- avanza 100 m al sur y 50 m al oriente
- avanza 50 m al sur y 100 m al occidente
- avanza 100 m al norte y 50 m al oriente

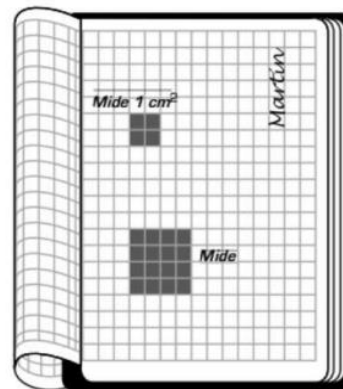
### III. PENSAMIENTO METRICO

21) La figura que se muestra a continuación se debe construir usando piezas: se dispone de la información que se presenta en el gráfico. De acuerdo a ello, la figura se puede construir utilizando las piezas del (os) grupo(s): \*



I solamente.  I y II solamente.  II y III solamente.  III solamente.

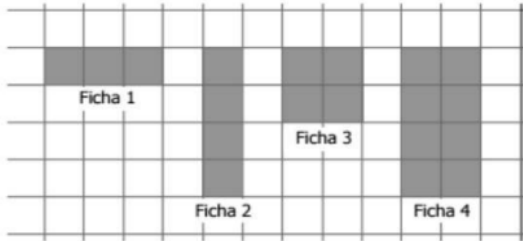
22) Este es el cuaderno de matemáticas de Martín; según este esquema del cuaderno de Martín, ¿Cuál es la medida del cuadrado más grande que dibujó Martín? \*



Marca solo un óvalo.

- 16 centímetros cuadrados
- 8 centímetros cuadrados
- 4 centímetros cuadrados
- 1 centímetro cuadrado

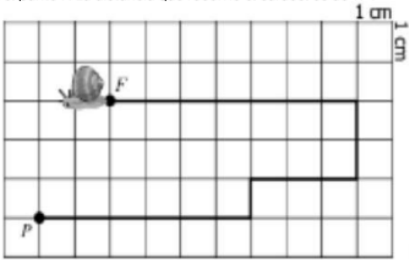
23) Para su tarea de matemáticas, Leonor debe llevar fichas de cartón cuya área sea de 4 centímetros cuadrados. Observa las fichas en la figura; teniendo en cuenta que un cuadrado tiene de área de 1 centímetro cuadrado, ¿Cuáles fichas debe llevar Leonor para que su tarea sea correcta? \*



Ficha de cartón

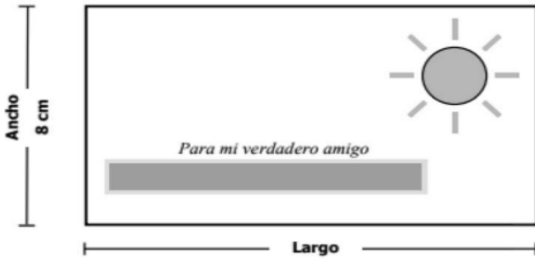
- Marca solo un óvalo.
- La ficha 3 y la ficha 4.  La ficha 2 y la ficha 4.
- La ficha 1 y la ficha 2.  La ficha 2 y la ficha 3.

24) La figura ilustra el camino que recorrió un caracol desde el punto P hasta el punto F. La distancia que recorrió el caracol es de 19? \*



- Centímetros cuadrados  Kilómetros cuadrados  Centímetros  Méetros

25) Yolima decoró una tarjeta de forma rectangular como la que se muestra en la figura, pegándole un hilo dorado por los cuatro bordes; si Yolima utilizó en total 40 cm de hilo dorado, ¿Cuántos centímetros de hilo dorado utilizó solamente para decorar los dos bordes largos de la tarjeta? \*



- 8 cm.  10 cm.  24 cm.  48 cm

26) ¿En cuál de las siguientes actividades del taller Carlitos debe usar la balanza? \*

- Dibujar un círculo que tenga 3 cm de radio.
- Comparar entre dos objetos cual es el más pesado.
- Medir el largo del salón de clases.
- Medir el tiempo que tarda carolina en ir de su casa al colegio.

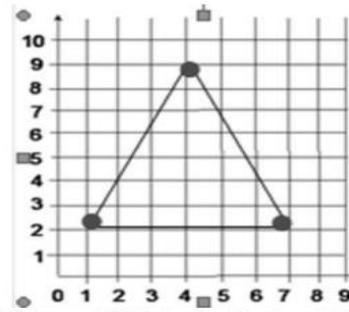
27) María quiere sembrar flores Rosas en un terreno, para emprender un negocio, su terreno es de forma cuadrada y cada uno de sus lados mide 8 metros, si cada planta de rosas requiere un metro cuadrado de área de terreno; María como máximo podrá sembrar: \*



Marca solo un óvalo.

- 8 plantas de rosa
- 16 plantas de rosa
- 32 plantas de rosa
- 64 pantas de rosa

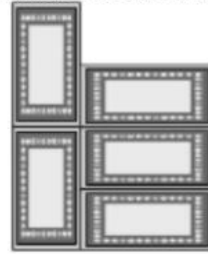
28) Observa la gráfica e identifica los tres puntos que unen el triángulo.



Marca solo un óvalo.

- (2,7) , (2,1) , (9,4)
- (1,9) , (7,9) , (2,1)
- (5,4) , (5,10) , (7,5)
- (1,2) , (4,9) , (7,2)

29) Juana cubrió totalmente el piso de su habitación con tapetes iguales, cada uno de 2 metros cuadrados de área \*

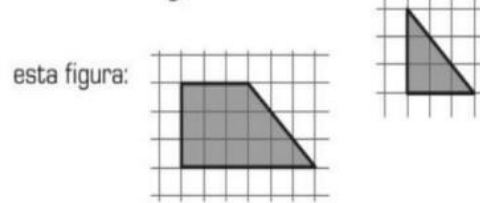


Marca solo un óvalo.

- 2 metros cuadrados
- 5 metros cuadrados
- 6 metros cuadrados
- 10 metros cuadrados

30) ¿Cuántos triángulos, en total, usó Susana para armar la figura? \*

Susana armó con triángulos como este



esta figura:

- Marca solo un óvalo.  1  2  3  4

#### IV. PENSAMIENTO VARIACIONAL

31) Juliana observo este aviso, y quiere comprar por un lado 2 lápices, por el otro 3 y por otro lado 4. ¿Cuál de las siguientes tablas representa correctamente el precio de 2, 3 y 4 lápices? \*



Marca solo un óvalo.

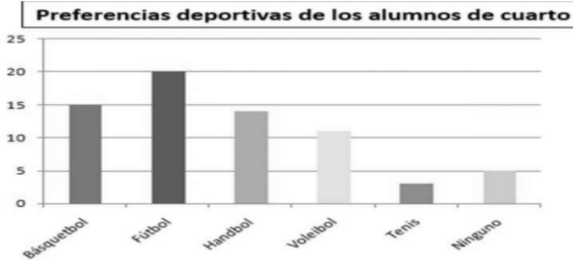
- \$1800, \$2.650 y \$3450  \$ 1900, \$2.500 y \$3.500
- \$ 1.600, \$2.400 y \$3.200  \$1.700, \$2.550, y \$3.400

32) Carlos tiene el doble de canicas que Juan y entre los dos reúnen 30 canicas. ¿Cuántas canicas tiene Carlos y cuántas canicas tiene Juan? \*

Marca solo un óvalo.

- Carlos tiene 6 canicas y Luis tiene 5 canicas
- Carlos tiene 15 canicas y Juan tiene 15 canicas.
- Carlos tiene 20 canicas y Juan tiene 10 canicas
- Carlos tiene 60 canicas y Juan tiene 30 canicas

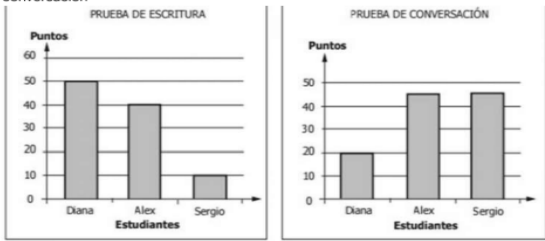
33) Según el diagrama, El número de estudiantes encuestados es: \*



Marca solo un óvalo.

- máximo 58   
  máximo 60   
  mínimo 68   
  mínimo 70

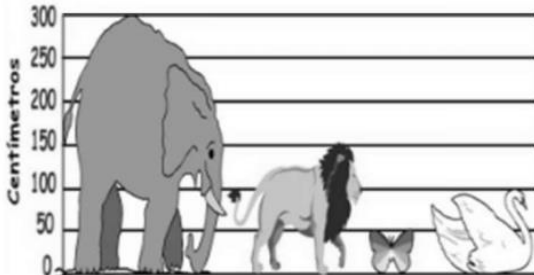
34) Una evaluación de inglés en un colegio tiene dos pruebas, una de escritura y otra de conversación. La evaluación se aprueba si la suma de los puntos obtenidos en las dos pruebas es mayor que 60. Las siguientes gráficas muestran los resultados de Diana, Alex y Sergio en las pruebas. En la prueba de conversación \*



Marca solo un óvalo.

- Diana obtuvo más puntos que Sergio.   
  Diana obtuvo más puntos que Alex.  
 Sergio obtuvo más puntos que Alex.   
  Sergio obtuvo más puntos que Diana.

35) Cuánto miden los cuatro animales juntos? \*



Marca solo un óvalo.  550 m     600 m     550 cm     600 cm

36) La expresión  $24 - 2y = 6y$ , es verdadera, cuando (y) asume el valor de: \*

- 6   
  6   
  -3   
  3

37) La expresión  $-(5 + x) = x + 3$ , es verdadera cuando (x) asume el valor de: Marca solo un óvalo.  8     -8     4     -4

38) Por dos latas de refresco y 3 bolsas de papas fritas me han cobrado \$ 8.500 pesos. ¿Cuál de las siguientes expresiones no puede representar la frase anterior? \*

- $2x+3y = 8.500$    
   $4x+6y = 17.000$    
   $6x+9y = 25.000$    
   $2x-3y = 8.500$

39) Tengo en el bolsillo un total de 8 monedas entre monedas de 1000 pesos y monedas de 500 pesos. Si entre todas tengo 5500 pesos, entonces tengo: \*

- cinco monedas de 1000 pesos y una moneda de 500 pesos  
 cuatro monedas de 1000 pesos y tres monedas de 500 pesos  
 tres monedas de 1000 pesos y cinco monedas de 500 pesos  
 dos monedas de 1000 pesos y siete monedas de 500 pesos

40) Si  $x=5$ , es solución de una de las siguientes ecuaciones. Marque la que considere correcta: \*

- $-2x = 10$

Marca solo un óvalo.

- $x-2 = 7$   
  $3x-6 = 15$   
  $3x-5 = 10$

## V. PENSAMIENTO PROBABILISTICO

41) Los costos de las entradas al circo se presentan en la siguiente tabla. Si un grupo de niños pagó en total por las entradas al circo \$24.000. ¿Cuántos niños ingresaron al circo? \*

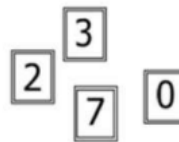
ENTRADA AL CIRCO	
	Costo
Adulto	\$ 6.000
Niño	\$ 4.000

Marca solo un óvalo.

- 12 niños   
  10 niños   
  8 niños   
  6 niños

42) En la clase de matemáticas, la profesora Inés presenta las siguientes cuatro fichas marcadas con algunos dígitos para que los niños formen números: ¿Cuál es el mayor de los números de tres dígitos que los niños pueden formar con las fichas? \*

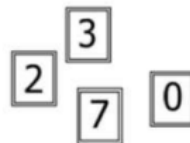
Marca solo un óvalo.



- 327  
 372  
 732  
 735

43) En la clase de matemáticas, la profesora Inés presenta las siguientes cuatro fichas marcadas con algunos dígitos para que los niños formen números: ¿Cuántos números de dos cifras posibles se pueden formar obviamente tomando solo dos de los cuatro números de las fichas que tiene la profesora? \*

Marca solo un óvalo.



- 732  
 24  
 12  
 2

44) Ana, Juan, José y Daniela participaron en una práctica de tiro al blanco. La tabla muestra los resultados de los participantes. De esta tabla se puede deducir que las probabilidades de acierto por parejas son: \*

Participantes	Intentos	Aciertos
Ana	20	15
Juan	30	15
José	20	10
Daniela	30	10

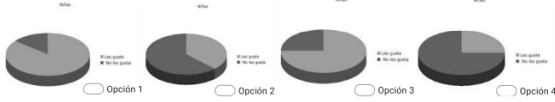
Marca solo un óvalo.

- Las mujeres tienen mejor puntería que los hombres  
 Un hombre es mejor que todos  
 Los hombres tienen diferente puntería  
 La mejor puntería es la de una mujer



45) A un grupo de niños y niñas se les preguntó si les gustaba o no la matemática. Los resultados se presentan en la siguiente tabla; de acuerdo a esta información el gráfico que representa de mejor manera la distribución entre niñas que les gusta y niñas que no les gusta la matemática es? \*

		Gusto	
		Les gusta	No les gusta
Matemático Género	Niños	15	25
	Niñas	10	30

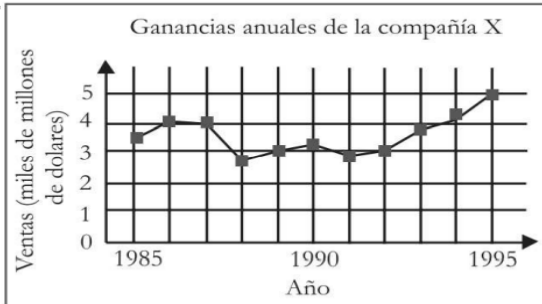


46) En una bolsa hay tres fichas rojas, dos verdes y una amarilla. Cual es la probabilidad de que al sacar, con los ojos cerrados, las tres fichas (una por una en orden) salgan de color diferente? Marca solo un óvalo.



- 3/6
- 6/6
- 1/36
- 1/20

47) ¿ Entre qué años consecutivos permanecieron estables las ventas anuales?



Marca solo un óvalo.

- 1990-1992
- 1990-1991
- 1989-1991
- 1986-1987

48) Mariana y Samuel salen de la escuela hacia sus casas. Mariana gasta 25 minutos y Samuel 35. ¿Cuál de las parejas de relojes muestran la hora de llegada de Mariana y Samuel? \*

Marca solo un óvalo.



Opción 1       Opción 2



Opción 3       Opción 4

49) Tres motociclistas participaron en una carrera. La tabla muestra el tiempo que empleó cada uno. ¿Cuántos minutos tardó el motociclista 2 en llegar a la meta?

	motociclista 3	motociclista 2	motociclista 1
Motociclista			
Tiempo	media hora	1 hora	1 hora y media

Marca solo un óvalo.

- 30 minutos
- 45 minutos
- 60 minutos
- 90 minutos

50) Observa la siguiente bolsa, que contiene pelotas negras y blancas. Si tomamos simultáneamente (al azar) UNA pelota de la urna. ¿Qué es más probable? \*



Marca solo un óvalo.

- Sacar una pelota BLANCA
- Sacar una pelota NEGRA
- Los dos eventos anteriores son igualmente probables
- No se puede predecir

## APÉNDICES

Apéndice 1. Registros de Pre-test, año 2020

No.	Grupo	Edad	Género	Es-trato	Pensamiento Matemático	Pensa-miento Numérico	Pensa-miento Espacial	Pensa-miento Métrico	Pensamiento Variacional	Pensamiento Probabilístico
1	Control	12	Mujer	1	24	6	6	6	3	3
2	Control	13	Mujer	2	33	9	6	6	6	6
3	Control	14	Mujer	2	33	9	6	6	6	6
4	Control	14	Hombre	1	33	9	6	6	6	6
5	Control	13	Mujer	1	33	9	6	6	6	6
6	Control	15	Mujer	2	33	9	6	6	6	6
7	Control	14	Hombre	1	36	12	6	6	6	6
8	Control	15	Hombre	1	36	12	6	6	6	6
9	Control	16	Mujer	1	36	12	6	6	6	6
10	Control	15	Mujer	2	36	12	6	6	6	6
11	Control	14	Hombre	2	39	12	9	6	6	6
12	Control	15	Hombre	3	39	12	9	6	6	6
13	Control	14	Hombre	1	39	12	9	6	6	6
14	Control	14	Mujer	1	39	12	9	6	6	6
15	Control	16	Hombre	1	39	12	9	6	6	6
16	Control	13	Mujer	2	39	12	9	6	6	6
17	Control	14	Mujer	2	39	12	9	6	6	6
18	Control	16	Hombre	1	39	12	9	6	6	6
19	Control	16	Hombre	1	39	12	9	6	6	6
20	Control	15	Mujer	1	39	12	9	6	6	6
21	Control	14	Hombre	2	39	12	9	6	6	6
22	Control	16	Hombre	3	39	12	9	6	6	6
23	Control	14	Hombre	1	39	12	9	6	6	6
24	Control	14	Mujer	1	39	12	9	6	6	6
25	Control	14	Hombre	1	45	12	12	9	6	6
26	Control	14	Hombre	2	45	12	12	9	6	6
27	Control	15	Hombre	2	45	12	12	9	6	6
28	Control	14	Hombre	3	45	12	12	9	6	6
29	Control	13	Mujer	1	45	12	12	9	6	6
30	Control	14	Hombre	1	48	12	12	9	9	6
31	Control	14	Mujer	1	48	12	12	9	9	6
32	Control	15	Hombre	2	54	15	12	9	9	9
33	Control	16	Hombre	2	54	15	12	9	9	9
34	Control	14	Hombre	3	54	15	12	9	9	9
35	Control	14	Hombre	1	54	15	12	9	9	9
36	Control	14	Mujer	1	54	15	12	9	9	9
37	Control	15	Mujer	1	54	15	12	9	9	9
38	Control	16	Hombre	2	57	15	12	12	9	9

39	Control	13	Hombre	2	57	15	12	12	9	9
40	Control	13	Mujer	3	57	15	12	12	9	9
41	Control	14	Hombre	1	57	15	12	12	9	9
42	Control	14	Hombre	1	63	18	12	12	12	9
43	Control	13	Mujer	2	63	18	12	12	12	9
44	Control	15	Hombre	2	63	18	12	12	12	9
45	Control	13	Mujer	1	63	18	12	12	12	9
46	Control	14	Mujer	1	63	18	12	12	12	9
47	Control	16	Hombre	1	69	18	15	12	12	12
48	Control	14	Hombre	1	72	21	15	12	12	12
49	Control	13	Mujer	1	72	21	15	12	12	12
50	Control	15	Hombre	1	72	21	15	12	12	12
51	Control	13	Hombre	3	75	21	18	12	12	12
52	Control	13	Hombre	1	75	21	18	12	12	12
53	Control	14	Hombre	1	78	24	18	12	12	12
54	Control	13	Hombre	2	78	24	18	12	12	12
55	Control	13	Hombre	1	81	24	18	15	12	12
56	Control	12	Mujer	1	81	24	18	15	12	12
57	Control	15	Mujer	2	87	27	18	15	15	12
58	Control	14	Hombre	1	90	27	21	15	15	12
59	Control	14	Mujer	1	90	27	21	15	15	12
60	Control	14	Hombre	2	96	30	21	15	15	15
61	Control	13	Mujer	1	96	30	21	15	15	15
62	Control	14	Mujer	1	96	30	21	15	15	15
63	Control	14	Hombre	1	96	30	21	15	15	15
64	Control	14	Mujer	3	99	30	21	18	15	15
65	Control	14	Mujer	1	99	30	21	18	15	15
66	Control	15	Hombre	1	102	30	21	18	18	15
67	Control	12	Hombre	1	105	30	24	18	18	15
68	Control	14	Mujer	1	108	30	24	18	18	18
69	Control	15	Mujer	1	111	30	24	21	18	18
70	Control	16	Mujer	1	114	30	27	21	18	18
71	Experimenta	13	Mujer	1	21	6	6	3	3	3
72	Experimental	14	Mujer	3	27	9	6	6	3	3
73	Experimental	14	Hombre	3	33	9	6	6	6	6
74	Experimental	15	Hombre	3	21	6	6	3	3	3
75	Experimental	16	Hombre	1	21	6	6	3	3	3
76	Experimental	15	Mujer	2	21	6	6	3	3	3
77	Experimental	15	Mujer	2	21	6	6	3	3	3
78	Experimental	14	Mujer	3	27	9	6	6	3	3
79	Experimental	13	Mujer	2	72	21	15	12	12	12

80	Experimental	15	Mujer	2	21	6	6	3	3	3
81	Experimental	15	Mujer	1	27	9	6	6	3	3
82	Experimental	15	Hombre	2	78	24	18	12	12	12
83	Experimental	14	Mujer	3	27	9	6	6	3	3
84	Experimental	14	Mujer	1	78	24	18	12	12	12
85	Experimental	16	Mujer	2	27	9	6	6	3	3
86	Experimental	14	Mujer	3	81	24	18	15	12	12
87	Experimental	14	Mujer	1	81	24	18	15	12	12
88	Experimental	14	Mujer	2	81	24	18	15	12	12
89	Experimental	14	Hombre	2	81	24	18	15	12	12
90	Experimental	15	Mujer	2	81	24	18	15	12	12
91	Experimental	15	Hombre	1	97	30	22	15	15	15
92	Experimental	13	Hombre	2	97	30	22	15	15	15
93	Experimental	13	Hombre	2	81	24	18	15	12	12
94	Experimental	13	Mujer	3	81	24	18	15	12	12
95	Experimental	15	Hombre	2	78	24	18	12	12	12
96	Experimental	14	Mujer	2	81	24	18	15	12	12
97	Experimental	13	Hombre	1	97	30	22	15	15	15
98	Experimental	13	Mujer	2	108	30	24	18	18	18
99	Experimental	13	Mujer	3	78	24	18	12	12	12
100	Experimental	15	Hombre	1	114	30	27	21	18	18

Apéndice 2.Registros de Pre-test , año 2021

No.	Grupo	edad	género	estrato	Pensamiento Matemático	Pensamiento Numérico	Pensamiento Espacial	Pensamiento Métrico	Pensamiento Variacional	Pensamiento Probabilístico
1	Control	15 años	Hombre	estrato 2	36	12	6	6	6	6
2	Control	15 años	Mujer	estrato 1	42	12	9	9	6	6
3	Control	15 años	Mujer	estrato 1	42	12	9	9	6	6
4	Control	13 años	Hombre	estrato 2	42	12	9	9	6	6
5	Control	13 años	Hombre	estrato 2	42	12	9	9	6	6
6	Control	12 años	Mujer	estrato 2	42	12	9	9	6	6
7	Control	13 años	Mujer	estrato 2	42	12	9	9	6	6
8	Control	14 años	Hombre	estrato 2	45	15	9	9	6	6
9	Control	14 años	Hombre	estrato 2	45	15	9	9	6	6
10	Control	14 años	Hombre	estrato 2	45	15	9	9	6	6
11	Control	12 años	Mujer	estrato 2	45	15	9	9	6	6
12	Control	13 años	Mujer	estrato 2	45	15	9	9	6	6
13	Control	14 años	Hombre	estrato 2	51	15	12	12	6	6
14	Control	14 años	Hombre	estrato 2	51	15	12	12	6	6
15	Control	15 años	Hombre	estrato 2	51	15	9	9	9	9
16	Control	16 años	Hombre	estrato 2	51	15	9	9	9	9
17	Control	16 años	Hombre	estrato 2	51	15	12	12	6	6
18	Control	17 años	Hombre	estrato 2	51	15	12	12	6	6
19	Control	12 años	Mujer	estrato 2	51	15	12	12	6	6
20	Control	13 años	Mujer	estrato 2	51	15	12	12	6	6
21	Control	13 años	Mujer	estrato 2	51	15	12	12	6	6
22	Control	13 años	Mujer	estrato 2	51	15	12	12	6	6
23	Control	13 años	Hombre	estrato 1	54	18	12	12	6	6
24	Control	13 años	Hombre	estrato 1	54	18	12	12	6	6
25	Control	13 años	Hombre	estrato 1	54	18	12	12	6	6
26	Control	13 años	Hombre	estrato 1	54	18	12	12	6	6
27	Control	13 años	Hombre	estrato 1	54	18	12	12	6	6
28	Control	13 años	Hombre	estrato 1	54	18	12	12	6	6
29	Control	14 años	Mujer	estrato 1	54	18	12	12	6	6
30	Control	14 años	Mujer	estrato 2	57	15	12	18	6	6
31	Control	16 años	Mujer	estrato 1	60	18	12	12	9	9
32	Control	16 años	Mujer	estrato 1	60	18	12	12	9	9
33	Control	12 años	Hombre	estrato 2	60	18	12	12	9	9
34	Control	12 años	Hombre	estrato 2	60	18	12	12	9	9
35	Control	12 años	Hombre	estrato 2	60	18	12	12	9	9
36	Control	13 años	Hombre	estrato 2	60	18	12	12	9	9

37	Control	13 años	Hombre	estrato 2	60	18	12	12	9	9
38	Control	13 años	Hombre	estrato 2	60	18	12	12	9	9
39	Control	13 años	Hombre	estrato 2	60	18	12	12	9	9
40	Control	13 años	Hombre	estrato 2	60	18	12	12	9	9
41	Control	13 años	Hombre	estrato 2	60	18	12	12	9	9
42	Control	13 años	Hombre	estrato 2	60	18	12	12	9	9
43	Control	13 años	Hombre	estrato 2	60	18	12	12	9	9
44	Control	13 años	Hombre	estrato 2	60	18	12	12	9	9
45	Control	14 años	Mujer	estrato 2	63	15	18	18	6	6
46	Control	14 años	Mujer	estrato 2	69	21	15	15	9	9
47	Control	13 años	Mujer	estrato 2	72	24	15	15	9	9
48	Control	13 años	Mujer	estrato 2	72	24	15	15	9	9
49	Control	14 años	Mujer	estrato 2	72	24	15	15	9	9
50	Control	14 años	Mujer	estrato 2	75	15	18	18	12	12
51	Control	14 años	Mujer	estrato 2	75	15	18	18	12	12
52	Control	14 años	Hombre	estrato 2	81	27	15	15	12	12
53	Control	14 años	Hombre	estrato 2	87	27	18	18	12	12
54	Control	14 años	Hombre	estrato 2	87	27	18	18	12	12
55	Control	12 años	Mujer	estrato 2	87	27	18	18	12	12
56	Control	12 años	Mujer	estrato 2	87	27	18	18	12	12
57	Control	12 años	Mujer	estrato 2	87	27	18	18	12	12
58	Control	13 años	Mujer	estrato 2	87	27	18	18	12	12
59	Control	13 años	Mujer	estrato 2	87	27	18	18	12	12
60	Control	13 años	Mujer	estrato 2	87	27	18	18	12	12
61	Control	13 años	Mujer	estrato 2	87	27	18	18	12	12
62	Control	13 años	Mujer	estrato 2	87	27	18	18	12	12
63	Control	13 años	Mujer	estrato 2	87	27	18	18	12	12
64	Control	13 años	Mujer	estrato 2	87	27	18	18	12	12
65	Control	12 años	Mujer	estrato 2	93	27	21	21	12	12
66	Control	14 años	Mujer	estrato 1	96	30	21	21	12	12
67	Control	13 años	Hombre	estrato 2	96	30	21	21	12	12
68	Control	13 años	Hombre	estrato 2	96	30	21	21	12	12
69	Control	13 años	Hombre	estrato 2	96	30	21	21	12	12
70	Control	15 años	Hombre	estrato 2	96	30	21	21	12	12
71	Experimental	12 años	Mujer	estrato 3	42	12	9	9	6	6
72	Experimental	16 años	Mujer	estrato 3	42	12	9	9	6	6
73	Experimental	17 años	Mujer	estrato 3	42	12	9	9	6	6
74	Experimental	14 años	Hombre	estrato 3	45	15	9	9	6	6
75	Experimental	17 años	Hombre	estrato 3	45	15	9	9	6	6
76	Experimental	12 años	Mujer	estrato 3	45	15	9	9	6	6

77	Experimental	12 años	Mujer	estrato 3	45	15	9	9	6	6
78	Experimental	12 años	Mujer	estrato 3	45	15	9	9	6	6
79	Experimental	13 años	Mujer	estrato 3	45	15	9	9	6	6
80	Experimental	12 años	Mujer	estrato 3	51	15	12	12	6	6
81	Experimental	12 años	Mujer	estrato 3	51	15	12	12	6	6
82	Experimental	12 años	Mujer	estrato 3	51	15	12	12	6	6
83	Experimental	12 años	Mujer	estrato 3	51	15	12	12	6	6
84	Experimental	15 años	Hombre	estrato 1	54	18	12	12	6	6
85	Experimental	12 años	Mujer	estrato 1	54	18	12	12	6	6
86	Experimental	12 años	Mujer	estrato 1	54	18	12	12	6	6
87	Experimental	12 años	Mujer	estrato 2	54	18	12	12	6	6
88	Experimental	12 años	Mujer	estrato 2	54	18	12	12	6	6
89	Experimental	12 años	Mujer	estrato 2	54	18	12	12	6	6
90	Experimental	14 años	Mujer	estrato 2	54	18	12	12	6	6
91	Experimental	14 años	Mujer	estrato 2	54	18	12	12	6	6
92	Experimental	12 años	Hombre	estrato 3	54	18	12	12	6	6
93	Experimental	14 años	Hombre	estrato 3	54	18	12	12	6	6
94	Experimental	12 años	Mujer	estrato 3	81	27	18	18	9	9
95	Experimental	12 años	Mujer	estrato 3	81	27	18	18	9	9
96	Experimental	13 años	Mujer	estrato 3	81	27	18	18	9	9
97	Experimental	13 años	Hombre	estrato 1	90	30	18	18	12	12
98	Experimental	14 años	Mujer	estrato 1	96	30	21	21	12	12
99	Experimental	14 años	Mujer	estrato 1	96	30	21	21	12	12
100	Experimental	12 años	Hombre	estrato 2	96	30	21	21	12	12



Apéndice 3.Registros de Post-test , año 2020

No.	Grupo	edad	género	estrato	Pensamiento Matemático	Pensamiento Numérico	Pensamiento Espacial	Pensamiento Métrico	Pensamiento Variacional	Pensamiento Probabilístico
1	Control	12	Mujer	1	21	6	6	3	3	3
2	Control	13	Mujer	2	39	12	9	6	6	6
3	Control	14	Mujer	2	18	6	3	3	3	3
4	Control	14	Hombre	1	18	6	3	3	3	3
5	Control	13	Mujer	1	39	12	9	6	6	6
6	Control	15	Mujer	2	39	12	9	6	6	6
7	Control	14	Hombre	1	39	12	9	6	6	6
8	Control	15	Hombre	1	21	6	6	3	3	3
9	Control	16	Mujer	1	21	6	6	3	3	3
10	Control	15	Mujer	2	36	12	6	6	6	6
11	Control	14	Hombre	2	39	12	9	6	6	6
12	Control	15	Hombre	3	39	12	9	6	6	6
13	Control	14	Hombre	1	21	6	6	3	3	3
14	Control	14	Mujer	1	24	6	6	6	3	3
15	Control	16	Hombre	1	48	15	9	9	9	6
16	Control	13	Mujer	2	54	15	12	9	9	9
17	Control	14	Mujer	2	18	6	3	3	3	3
18	Control	16	Hombre	1	54	15	12	9	9	9
19	Control	16	Hombre	1	54	15	12	9	9	9
20	Control	15	Mujer	1	54	15	12	9	9	9
21	Control	14	Hombre	2	18	6	3	3	3	3
22	Control	16	Hombre	3	18	6	3	3	3	3
23	Control	14	Hombre	1	48	15	12	9	6	6
24	Control	14	Mujer	1	39	12	9	6	6	6
25	Control	14	Hombre	1	48	15	12	9	6	6
26	Control	14	Hombre	2	18	6	3	3	3	3
27	Control	15	Hombre	2	39	12	9	6	6	6
28	Control	14	Hombre	3	39	12	9	6	6	6
29	Control	13	Mujer	1	54	15	12	9	9	9
30	Control	14	Hombre	1	54	15	12	9	9	9
31	Control	14	Mujer	1	24	6	6	6	3	3
32	Control	15	Hombre	2	24	6	6	6	3	3
33	Control	16	Hombre	2	54	15	12	9	9	9
34	Control	14	Hombre	3	54	15	12	9	9	9
35	Control	14	Hombre	1	60	18	12	12	9	9
36	Control	14	Mujer	1	57	18	12	9	9	9
37	Control	15	Mujer	1	63	18	12	12	12	9
38	Control	16	Hombre	2	33	9	6	6	6	6
39	Control	13	Hombre	2	63	18	15	12	9	9
40	Control	13	Mujer	3	66	18	15	12	12	9
41	Control	14	Hombre	1	66	18	15	12	12	9
42	Control	14	Hombre	1	66	18	15	12	12	9
43	Control	13	Mujer	2	66	18	15	12	12	9
44	Control	15	Hombre	2	66	18	15	12	12	9
45	Control	13	Mujer	1	66	18	15	12	12	9
46	Control	14	Mujer	1	66	18	15	12	12	9
47	Control	16	Hombre	1	72	21	15	12	12	12
48	Control	14	Hombre	1	78	24	15	15	12	12
49	Control	13	Mujer	1	90	27	18	15	15	15
50	Control	15	Hombre	1	81	24	18	15	12	12
51	Control	13	Hombre	3	90	27	18	15	15	15

52	Control	13	Hombre	1	87	24	18	15	15	15
53	Control	14	Hombre	1	39	12	9	6	6	6
54	Control	13	Hombre	2	90	27	18	15	15	15
55	Control	13	Hombre	1	90	27	18	15	15	15
56	Control	12	Mujer	1	96	27	21	18	15	15
57	Control	15	Mujer	2	99	30	21	18	15	15
58	Control	14	Hombre	1	102	30	21	18	18	15
59	Control	14	Mujer	1	102	30	21	18	18	15
60	Control	14	Hombre	2	102	30	21	18	18	15
61	Control	13	Mujer	1	105	30	21	21	18	15
62	Control	14	Mujer	1	102	30	21	18	18	15
63	Control	14	Hombre	1	39	12	9	6	6	6
64	Control	14	Mujer	3	111	30	24	21	18	18
65	Control	14	Mujer	1	105	27	24	18	18	18
66	Control	15	Hombre	1	105	30	24	18	18	15
67	Control	12	Hombre	1	117	30	27	21	21	18
68	Control	14	Mujer	1	116	30	27	21	20	18
69	Control	15	Mujer	1	126	30	30	24	21	21
70	Control	16	Mujer	1	126	30	30	24	21	21
71	Experimental	13	Mujer	1	33	9	6	6	6	6
72	Experimental	14	Mujer	3	33	9	6	6	6	6
73	Experimental	14	Hombre	3	39	12	9	6	6	6
74	Experimental	15	Hombre	3	48	15	9	9	9	6
75	Experimental	16	Hombre	1	66	18	15	12	12	9
76	Experimental	15	Mujer	2	72	21	15	12	12	12
77	Experimental	15	Mujer	2	72	21	15	12	12	12
78	Experimental	14	Mujer	3	81	24	18	15	12	12
79	Experimental	13	Mujer	2	33	9	6	6	6	6
80	Experimental	15	Mujer	2	36	9	9	6	6	6
81	Experimental	15	Mujer	1	87	27	21	15	12	12
82	Experimental	15	Hombre	2	96	27	21	18	15	15
83	Experimental	14	Mujer	3	36	9	9	6	6	6
84	Experimental	14	Mujer	1	99	30	21	18	15	15
85	Experimental	16	Mujer	2	123	30	24	27	27	15
86	Experimental	14	Mujer	3	102	30	24	18	15	15
87	Experimental	14	Mujer	1	102	30	24	18	15	15
88	Experimental	14	Mujer	2	66	18	15	12	12	9
89	Experimental	14	Hombre	2	108	30	24	18	18	18
90	Experimental	15	Mujer	2	108	30	24	18	18	18
91	Experimental	15	Hombre	1	114	30	27	21	18	18
92	Experimental	13	Hombre	2	117	30	27	24	18	18
93	Experimental	13	Hombre	2	117	30	27	24	18	18
94	Experimental	13	Mujer	3	123	30	30	24	21	18
95	Experimental	15	Hombre	2	123	30	27	24	24	18
96	Experimental	14	Mujer	2	123	30	27	27	21	18
97	Experimental	13	Hombre	1	129	30	30	24	24	21
98	Experimental	13	Mujer	2	132	30	30	24	24	24
99	Experimental	13	Mujer	3	129	30	30	24	24	21
100	Experimental	15	Hombre	1	129	30	30	24	24	21

Apéndice 4.Registros de Post-test, año 2021

No.	Grupo	edad	género	estrato	Pensamiento Matemático	Pensamiento Numérico	Pensamiento Espacial	Pensamiento Métrico	Pensamiento Variacional	Pensamiento Probabilístico
1	Control	15 años	Hombre	estrato 2	30	9	6	6	3	6
2	Control	15 años	Mujer	estrato 1	33	9	9	9	3	3
3	Control	15 años	Mujer	estrato 1	36	9	6	9	6	6
4	Control	13 años	Hombre	estrato 2	39	9	9	9	6	6
5	Control	13 años	Hombre	estrato 2	42	9	9	9	9	6
6	Control	12 años	Mujer	estrato 2	45	12	9	9	9	6
7	Control	13 años	Mujer	estrato 2	42	12	9	9	6	6
8	Control	14 años	Hombre	estrato 2	45	12	9	9	9	6
9	Control	14 años	Hombre	estrato 2	45	12	9	9	9	6
10	Control	14 años	Hombre	estrato 2	45	12	9	9	9	6
11	Control	12 años	Mujer	estrato 2	48	15	9	9	9	6
12	Control	13 años	Mujer	estrato 2	51	15	9	9	12	6
13	Control	14 años	Hombre	estrato 2	54	15	12	12	9	6
14	Control	14 años	Hombre	estrato 2	54	15	12	12	9	6
15	Control	15 años	Hombre	estrato 2	51	15	9	9	9	9
16	Control	16 años	Hombre	estrato 2	51	15	9	9	9	9
17	Control	16 años	Hombre	estrato 2	60	15	12	12	12	9
18	Control	17 años	Hombre	estrato 2	60	15	12	12	12	9
19	Control	12 años	Mujer	estrato 2	54	15	12	12	9	6
20	Control	13 años	Mujer	estrato 2	54	15	12	12	9	6
21	Control	13 años	Mujer	estrato 2	54	15	12	12	9	6
22	Control	13 años	Mujer	estrato 2	63	18	12	12	12	9
23	Control	13 años	Hombre	estrato 1	54	15	12	12	9	6
24	Control	13 años	Hombre	estrato 1	54	15	12	12	9	6
25	Control	13 años	Hombre	estrato 1	63	21	12	12	12	6
26	Control	13 años	Hombre	estrato 1	54	15	12	12	9	6
27	Control	13 años	Hombre	estrato 1	60	18	12	12	12	6
28	Control	13 años	Hombre	estrato 1	60	18	12	12	12	6
29	Control	14 años	Mujer	estrato 1	66	18	12	12	12	12
30	Control	14 años	Mujer	estrato 2	57	15	12	18	6	6
31	Control	16 años	Mujer	estrato 1	60	15	12	12	12	9
32	Control	16 años	Mujer	estrato 1	63	18	12	12	9	12
33	Control	12 años	Hombre	estrato 2	63	18	12	12	9	12
34	Control	12 años	Hombre	estrato 2	66	18	12	12	12	12
35	Control	12 años	Hombre	estrato 2	72	21	15	12	12	12
36	Control	13 años	Hombre	estrato 2	66	18	12	12	12	12
37	Control	13 años	Hombre	estrato 2	63	18	12	12	12	9
38	Control	13 años	Hombre	estrato 2	60	18	12	12	9	9
39	Control	13 años	Hombre	estrato 2	60	18	12	12	9	9
40	Control	13 años	Hombre	estrato 2	57	15	12	12	9	9

41	Control	13 años	Hombre	estrato 2	54	15	12	9	9	9
42	Control	13 años	Hombre	estrato 2	51	15	12	9	6	9
43	Control	13 años	Hombre	estrato 2	51	12	12	9	9	9
44	Control	13 años	Hombre	estrato 2	51	12	12	9	9	9
45	Control	14 años	Mujer	estrato 2	60	15	18	15	6	6
46	Control	14 años	Mujer	estrato 2	63	15	15	15	9	9
47	Control	13 años	Mujer	estrato 2	69	21	15	15	9	9
48	Control	13 años	Mujer	estrato 2	69	21	15	15	9	9
49	Control	14 años	Mujer	estrato 2	69	21	15	15	9	9
50	Control	14 años	Mujer	estrato 2	75	15	18	18	12	12
51	Control	14 años	Mujer	estrato 2	72	15	15	18	12	12
52	Control	14 años	Hombre	estrato 2	75	24	15	12	12	12
53	Control	14 años	Hombre	estrato 2	84	24	18	18	12	12
54	Control	14 años	Hombre	estrato 2	84	24	18	18	12	12
55	Control	12 años	Mujer	estrato 2	84	24	18	18	12	12
56	Control	12 años	Mujer	estrato 2	84	24	18	18	12	12
57	Control	12 años	Mujer	estrato 2	81	21	18	18	12	12
58	Control	13 años	Mujer	estrato 2	81	21	18	18	12	12
59	Control	13 años	Mujer	estrato 2	81	21	18	18	12	12
60	Control	13 años	Mujer	estrato 2	87	27	18	18	12	12
61	Control	13 años	Mujer	estrato 2	87	27	18	18	12	12
62	Control	13 años	Mujer	estrato 2	87	27	18	18	12	12
63	Control	13 años	Mujer	estrato 2	87	27	18	18	12	12
64	Control	13 años	Mujer	estrato 2	90	27	18	18	15	12
65	Control	12 años	Mujer	estrato 2	93	24	21	21	15	12
66	Control	14 años	Mujer	estrato 1	99	30	21	21	15	12
67	Control	13 años	Hombre	estrato 2	102	27	21	21	18	15
68	Control	13 años	Hombre	estrato 2	105	27	21	21	18	18
69	Control	13 años	Hombre	estrato 2	111	30	21	21	21	18
70	Control	15 años	Hombre	estrato 2	114	30	21	21	21	21
71	Experimental	12 años	Mujer	estrato 3	39	9	9	9	6	6
72	Experimental	16 años	Mujer	estrato 3	45	12	9	9	9	6
73	Experimental	17 años	Mujer	estrato 3	45	12	9	9	9	6
74	Experimental	14 años	Hombre	estrato 3	48	15	9	9	9	6
75	Experimental	17 años	Hombre	estrato 3	54	15	9	9	12	9
76	Experimental	12 años	Mujer	estrato 3	60	15	9	12	12	12
77	Experimental	12 años	Mujer	estrato 3	63	15	12	12	12	12
78	Experimental	12 años	Mujer	estrato 3	63	15	12	12	12	12

79	Experimental	13 años	Mujer	estrato 3	63	15	12	12	12	12
80	Experimental	12 años	Mujer	estrato 3	66	15	12	12	15	12
81	Experimental	12 años	Mujer	estrato 3	72	18	12	12	15	15
82	Experimental	12 años	Mujer	estrato 3	75	18	12	15	15	15
83	Experimental	12 años	Mujer	estrato 3	78	18	15	15	15	15
84	Experimental	15 años	Hombre	estrato 1	78	21	15	15	15	12
85	Experimental	12 años	Mujer	estrato 1	81	21	15	15	15	15
86	Experimental	12 años	Mujer	estrato 1	84	24	15	15	15	15
87	Experimental	12 años	Mujer	estrato 2	87	24	15	15	18	15
88	Experimental	12 años	Mujer	estrato 2	90	27	15	15	18	15
89	Experimental	12 años	Mujer	estrato 2	96	24	18	18	18	18
90	Experimental	14 años	Mujer	estrato 2	99	27	18	18	18	18
91	Experimental	14 años	Mujer	estrato 2	102	27	21	18	18	18
92	Experimental	12 años	Hombre	estrato 3	105	24	24	21	18	18
93	Experimental	14 años	Hombre	estrato 3	108	24	24	24	18	18
94	Experimental	12 años	Mujer	estrato 3	111	27	24	24	18	18
95	Experimental	12 años	Mujer	estrato 3	114	27	24	21	21	21
96	Experimental	13 años	Mujer	estrato 3	120	27	24	24	24	21
97	Experimental	13 años	Hombre	estrato 1	126	30	24	24	24	24
98	Experimental	14 años	Mujer	estrato 1	129	30	24	24	27	24
99	Experimental	14 años	Mujer	estrato 1	129	30	24	24	27	24
100	Experimental	12 años	Hombre	estrato 2	129	30	24	24	27	24

Apéndice 5. Registros de Grupo Experimental, año 2020

No.	Pensamiento Matemático		Pensamiento Numérico		Pensamiento Espacial		Pensamiento Métrico		Pensamiento Variacional		Pensamiento Probabilístico	
	Pre-test	Post-test	Pre-test	Post-test	Pre-test	Post-test	Pre-test	Post-test	Pre-test	Post-test	Pre-test	Post-test
1	48	33	6	9	6	6	3	6	3	6	3	6
2	54	33	9	9	6	6	6	6	3	6	3	6
3	66	39	9	12	6	9	6	6	6	6	6	6
4	63	48	6	15	6	9	3	9	3	9	3	6
5	78	66	6	18	6	15	3	12	3	12	3	9
6	81	72	6	21	6	15	3	12	3	12	3	12
7	81	72	6	21	6	15	3	12	3	12	3	12
8	96	81	9	24	6	18	6	15	3	12	3	12
9	99	33	21	9	15	6	12	6	12	6	12	6
10	51	36	6	9	6	9	3	6	3	6	3	6
11	102	87	9	27	6	21	6	15	3	12	3	12
12	159	96	24	27	18	21	12	18	12	15	12	15
13	57	36	9	9	6	9	6	6	3	6	3	6
14	162	99	24	30	18	21	12	18	12	15	12	15
15	135	123	9	30	6	24	6	27	3	27	3	15
16	168	102	24	30	18	24	15	18	12	15	12	15
17	168	102	24	30	18	24	15	18	12	15	12	15
18	138	66	24	18	18	15	15	12	12	12	12	9
19	171	108	24	30	18	24	15	18	12	18	12	18
20	171	108	24	30	18	24	15	18	12	18	12	18
21	193	114	30	30	22	27	15	21	15	18	15	18
22	196	117	30	30	22	27	15	24	15	18	15	18
23	180	117	24	30	18	27	15	24	12	18	12	18
24	186	123	24	30	18	30	15	24	12	21	12	18
25	183	123	24	30	18	27	12	24	12	24	12	18
26	186	123	24	30	18	27	15	27	12	21	12	18
27	205	129	30	30	22	30	15	24	15	24	15	21
28	216	132	30	30	24	30	18	24	18	24	18	24
29	186	129	24	30	18	30	12	24	12	24	12	21
30	222	129	30	30	27	30	21	24	18	24	18	21

Apéndice 6. Registros de Grupo Experimental, año 2021

No.	Pensamiento Matemático		Pensamiento Numérico		Pensamiento Espacial		Pensamiento Métrico		Pensamiento Variacional		Pensamiento Probabilístico	
	Pre-test	Post-test	Pre-test	Post-test	Pre-test	Post-test	Pre-test	Post-test	Pre-test	Post-test	Pre-test	Post-test
1	42	39	12	9	9	9	9	9	6	6	6	6
2	42	45	12	12	9	9	9	9	6	9	6	6
3	42	45	12	12	9	9	9	9	6	9	6	6
4	45	48	15	15	9	9	9	9	6	9	6	6
5	45	54	15	15	9	9	9	9	6	12	6	9
6	45	60	15	15	9	9	9	12	6	12	6	12
7	45	63	15	15	9	12	9	12	6	12	6	12
8	45	63	15	15	9	12	9	12	6	12	6	12
9	45	63	15	15	9	12	9	12	6	12	6	12
10	51	66	15	15	12	12	12	12	6	15	6	12
11	51	72	15	18	12	12	12	12	6	15	6	15
12	51	75	15	18	12	12	12	15	6	15	6	15
13	51	78	15	18	12	15	12	15	6	15	6	15
14	54	78	18	21	12	15	12	15	6	15	6	12
15	54	81	18	21	12	15	12	15	6	15	6	15
16	54	84	18	24	12	15	12	15	6	15	6	15
17	54	87	18	24	12	15	12	15	6	18	6	15
18	54	90	18	27	12	15	12	15	6	18	6	15
19	54	96	18	24	12	18	12	18	6	18	6	18
20	54	99	18	27	12	18	12	18	6	18	6	18
21	54	102	18	27	12	21	12	18	6	18	6	18
22	54	105	18	24	12	24	12	21	6	18	6	18
23	54	108	18	24	12	24	12	24	6	18	6	18
24	81	111	27	27	18	24	18	24	9	18	9	18
25	81	114	27	27	18	24	18	21	9	21	9	21
26	81	120	27	27	18	24	18	24	9	24	9	21
27	90	126	30	30	18	24	18	24	12	24	12	24
28	96	129	30	30	21	24	21	24	12	27	12	24
29	96	129	30	30	21	24	21	24	12	27	12	24
30	96	129	30	30	21	24	21	24	12	27	12	24

Apéndice 7. Registros Prueba de Hipótesis t de student 2020

No.	Pensamiento Matemático		Diferencias muestrales	cuadrado de dif muestral - media dif muestral
	Pre-test	Post-test		
1	21	33	12	144
2	27	33	6	36
3	33	39	6	36
4	21	48	27	729
5	21	66	45	2025
6	21	72	51	2601
7	21	72	51	2601
8	27	81	54	2916
9	72	33	-39	1521
10	21	36	15	225
11	27	87	60	3600
12	78	96	18	324
13	27	36	9	81
14	78	99	21	441
15	27	123	96	9216
16	81	102	21	441
17	81	102	21	441
18	81	66	-15	225
19	81	108	27	729
20	81	108	27	729
21	97	114	17	289
22	97	117	20	400
23	81	117	36	1296
24	81	123	42	1764
25	78	123	45	2025
26	81	123	42	1764
27	97	129	32	1024
28	108	132	24	576
29	78	129	51	2601
30	114	129	15	225

media	61,30	89,20	27,90	
desviación	31,92	35,03	24,69	
sumatoria				41025
Desviación muestral o de las diferencias				37,61
Estadístico para prueba de hipótesis				6,19



Apéndice 8.Registros de Prueba de Hipótesis t de Student para 2021

No.	Pensamiento Matemático		Diferencias muestrales	cuadrado de dif muestral - media dif muestral
	Pre-test	Post-test		
1	42	39	-3	876,16
2	42	45	3	556,96
3	42	45	3	556,96
4	45	48	3	556,96
5	45	54	9	309,76
6	45	60	15	134,56
7	45	63	18	73,96
8	45	63	18	73,96
9	45	63	18	73,96
10	51	66	15	134,56
11	51	72	21	31,36
12	51	75	24	6,76
13	51	78	27	0,16
14	54	78	24	6,76
15	54	81	27	0,16
16	54	84	30	11,56
17	54	87	33	40,96
18	54	90	36	88,36
19	54	96	42	237,16
20	54	99	45	338,56
21	54	102	48	457,96
22	54	105	51	595,36
23	54	108	54	750,76
24	81	111	30	11,56
25	81	114	33	40,96
26	81	120	39	153,76
27	90	126	36	88,36
28	96	129	33	40,96
29	96	129	33	40,96
30	96	129	33	40,96
media	58,70	85,30	26,60	
desviación	17,68	27,71	14,78	
Sumatoria				6331,2
Desviación muestral o de las diferencias				14,78
Estadístico para prueba de hipótesis				9,86

Apéndice 9. Registros Prueba de Hipótesis para Distribución Normal - Grupos Experimentales

No.	Pensamiento Matemático		Diferencias muestrales	cuadrado de dif muestral - media dif muestral
	Pre-test	Post-test		
1	21	33	12	213,16
2	27	33	6	424,36
3	33	39	6	424,36
4	21	48	27	0,16
5	21	66	45	338,56
6	21	72	51	595,36
7	21	72	51	595,36
8	27	81	54	750,76
9	72	33	-39	4303,36
10	21	36	15	134,56
11	27	87	60	1115,56
12	78	96	18	73,96
13	27	36	9	309,76
14	78	99	21	31,36
15	27	123	96	4816,36
16	81	102	21	31,36
17	81	102	21	31,36
18	81	66	-15	1730,56
19	81	108	27	0,16
20	81	108	27	0,16
21	97	114	17	92,16
22	97	117	20	43,56
23	81	117	36	88,36
24	81	123	42	237,16
25	78	123	45	338,56
26	81	123	42	237,16
27	97	129	32	29,16
28	108	132	24	6,76
29	78	129	51	595,36
30	114	129	15	134,56
31	42	39	-3	876,16
32	42	45	3	556,96
33	42	45	3	556,96
34	45	48	3	556,96
35	45	54	9	309,76
36	45	60	15	134,56
37	45	63	18	73,96
38	45	63	18	73,96

39	45	63	18	73,96
40	51	66	15	134,56
41	51	72	21	31,36
42	51	75	24	6,76
43	51	78	27	0,16
44	54	78	24	6,76
45	54	81	27	0,16
46	54	84	30	11,56
47	54	87	33	40,96
48	54	90	36	88,36
49	54	96	42	237,16
50	54	99	45	338,56
51	54	102	48	457,96
52	54	105	51	595,36
53	54	108	54	750,76
54	81	111	30	11,56
55	81	114	33	40,96
56	81	120	39	153,76
57	90	126	36	88,36
58	96	129	33	40,96
59	96	129	33	40,96
60	96	129	33	40,96

media	58,70	85,30	26,60	
desviación	17,68	27,71	14,78	
Sumatoria				6331,2
Desviación muestral o de las diferencias				14,78
Estadístico para prueba de hipótesis				9,86

*Apéndice 10. Registros para prueba de Hipótesis con Distribución Normal del grupo de control*

No.	Pensamiento Matemático		Diferencias muestrales	cuadrado de dif muestral - media dif muestral
	Pre-test	Post-test		
1	24	21	-3	3,24
2	33	39	6	51,84
3	33	18	-15	190,44
4	33	18	-15	190,44
5	33	39	6	51,84
6	33	39	6	51,84
7	36	39	3	17,64
8	36	21	-15	190,44
9	36	21	-15	190,44
10	36	36	0	1,44
11	39	39	0	1,44
12	39	39	0	1,44
13	39	21	-18	282,24
14	39	24	-15	190,44
15	39	48	9	104,04
16	39	54	15	262,44
17	39	18	-21	392,04
18	39	54	15	262,44
19	39	54	15	262,44
20	39	54	15	262,44
21	39	18	-21	392,04
22	39	18	-21	392,04
23	39	48	9	104,04
24	39	39	0	1,44
25	45	48	3	17,64
26	45	18	-27	665,64
27	45	39	-6	23,04
28	45	39	-6	23,04
29	45	54	9	104,04
30	48	54	6	51,84
31	48	24	-24	519,84
32	54	24	-30	829,44
33	54	54	0	1,44
34	54	54	0	1,44
35	54	60	6	51,84

36	54	57	3	17,64
37	54	63	9	104,04
38	57	33	-24	519,84
39	57	63	6	51,84
40	57	66	9	104,04
41	57	66	9	104,04
42	63	66	3	17,64
43	63	66	3	17,64
44	63	66	3	17,64
45	63	66	3	17,64
46	63	66	3	17,64
47	69	72	3	17,64
48	72	78	6	51,84
49	72	90	18	368,64
50	72	81	9	104,04
51	75	90	15	262,44
52	75	87	12	174,24
53	78	39	-39	1428,84
54	78	90	12	174,24
55	81	90	9	104,04
56	81	96	15	262,44
57	87	99	12	174,24
58	90	102	12	174,24
59	90	102	12	174,24
60	96	102	6	51,84
61	96	105	9	104,04
62	96	102	6,00	51,84
63	96	39	-57,00	3113,64
64	99	111	12,00	174,24
65	99	105	6,00	51,84
66	102	105	3,00	17,64
67	105	117	12	174,24
68	108	116	8	84,64
69	111	126	15	262,44
70	114	126	12	174,24
71	36	30	-6	23,04
72	42	33	-9	60,84
73	42	36	-6	23,04
74	42	39	-3	3,24
75	42	42	0	1,44
76	42	45	3	17,64

77	42	42	0	1,44
78	45	45	0	1,44
79	45	45	0	1,44
80	45	45	0	1,44
81	45	48	3	17,64
82	45	51	6	51,84
83	51	54	3	17,64
84	51	54	3	17,64
85	51	51	0	1,44
86	51	51	0	1,44
87	51	60	9	104,04
88	51	60	9	104,04
89	51	54	3	17,64
90	51	54	3	17,64
91	51	54	3	17,64
92	51	63	12	174,24
93	54	54	0	1,44
94	54	54	0	1,44
95	54	63	9	104,04
96	54	54	0	1,44
97	54	60	6	51,84
98	54	60	6	51,84
99	54	66	12	174,24
100	57	57	0	1,44
101	60	60	0	1,44
102	60	63	3	17,64
103	60	63	3	17,64
104	60	66	6	51,84
105	60	72	12	174,24
106	60	66	6	51,84
107	60	63	3	17,64
108	60	60	0	1,44
109	60	60	0	1,44
110	60	57	-3	3,24
111	60	54	-6	23,04
112	60	51	-9	60,84
113	60	51	-9	60,84
114	60	51	-9	60,84
115	63	60	-3	3,24
116	69	63	-6	23,04
117	72	69	-3	3,24

118	72	69	-3	3,24
119	72	69	-3	3,24
120	75	75	0	1,44
121	75	72	-3	3,24
122	81	75	-6	23,04
123	87	84	-3	3,24
124	87	84	-3	3,24
125	87	84	-3	3,24
126	87	84	-3	3,24
127	87	81	-6	23,04
128	87	81	-6	23,04
129	87	81	-6	23,04
130	87	87	0	1,44
131	87	87	0	1,44
132	87	87	0	1,44
133	87	87	0	1,44
134	87	90	3	17,64
135	93	93	0	1,44
136	96	99	3	17,64
137	96	102	6	51,84
138	96	105	9	104,04
139	96	111	15	262,44
140	96	114	18	368,64

media	81	80	-1,20	
desviación	12	17	6,38	
Sumatoria				1180,80
Desviación muestral o de las diferencias				6,38
Estadístico para prueba de hipótesis				-1,03